UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA EQUINOCCIAL

SISTEMA DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

CARRERA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE LICENCIADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN MENCIÓN MATEMÁTICAS

TEMA:

VISIÓN HISTÓRICA EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EL APRENDIZAJE DE LOS ALUMNOS

AUTOR

MARCO RAMIRO BURBANO CACHIGUANGO

DIRECTOR

LIC. JUAN CADENA

QUITO

JULIO 2012

CARTA DE CERTIFICACIÓN DEL DIRECTOR

En mi calidad de Tutor del Trabajo de Grado presentado por el señor Marco Ramiro Burbano Cachiguango, para optar el Grado Académico de Licenciada en Ciencias de la Educación – Mención MATEMÁTICAS cuyo título es: VISIÓN HISTÓRICA EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EL APRENDIZAJE DE LOS ALUMNOS Considero que dicho trabajo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometidos a la presentación pública y evaluación por parte del Jurado examinador que se designe.

En la ciudad de Quito D. M. en el mes de Julio del 2012.

Lic. Juan Cadena

TUTOR DE LA CARRERA DE

CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

DECLARACIÓN DE AUTORÍA

Yo, Marco Ramiro Burbano Cachiguango, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento y que no he plagiado dicha información.

Marco Ramiro Burbano Cachiguango

DEDICATORIA

Este trabajo lo dedico a Dios
quién es el principal motivador
de mi vida,
y la fuente de sabiduría,
para terminar con mis estudios académicos.

AGRADECIMIENTO

Expreso mi más sincero agradecimiento
a todas las personas
que me apoyaron, de manera especial
a mis maestros, y hermanos
que estuvieron a mi lado en todo tiempo.
Como también a mi director
de tesis licenciado Juan cadena
quién me guió
con sus sabios conocimientos.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA EQUINOCCIAL

SISTEMA DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

CARRERA: Licenciatura en Ciencias de la Educación

VISIÓN HISTÓRICA EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EL APRENDIZAJE DE LOS ALUMNOS

Autor: Marco Burbano

Director: Lic. Juan Cadena

Fecha: Quito 2012

RESUMEN

La enseñanza de la matemática a través de la visión histórica, es la base y estructura del conocimiento en matemáticas, su finalidad es que el alumno pueda conocer los periodos, acontecimientos, personajes, enseñanzas, etc. Permitiéndole utilizar los sentidos en la parte concreta, donde pueda entender conceptos y procedimientos para solucionar problemas y ejercicios, de manera que desarrolle destrezas y actitudes que ayuden en el aprendizaje de la matemática.

El proceso de investigación y observación empleada en esta tesis, busca la solución del problema planteado, utilizando un instrumento de recolección de datos que facilita llegar a la mayor cantidad de individuos de la población de la comunidad educativa, con el objeto de conseguir las conclusiones y recomendaciones más factibles que justifiquen todo este trabajo. A la dificultad de aprendizaje de los alumnos se plantea una propuesta que disminuya el problema, elaborando WebQuests como un recurso importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo muestra en forma general la historia y enseñanza de la matemática antigua, creemos que es importante conocerla, ya que dichos conocimientos son las bases fundamentales que ayudaron a alcanzar el desarrollo que hoy tiene las matemáticas.

Es interesante este trabajo, porque encontramos los mínimos detalles sobre las culturas, en que cada una tiene conocimientos matemáticos que se encuentran reflejados en sus trabajos manuales, calendarios, sus edificaciones y sepulturas, revelando propiedades de figuras geométricas.

De manera que los tiempos pasan, alcanza madurez la matemática, que al comienzo fueron bastantes concretas, luego pasan a ser abstractas dando a las recetas o planteamiento de problemas las definiciones, principios y procesos. Conocemos de algunos sistemas numeración como el sexagesimal, duodecimales y decimal de resolución de la matemática.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

1.1. TEMA

Visión histórica en la enseñanza de la matemática en el aprendizaje de los alumnos.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la unidad Educativa "Emaús", Fe y Alegría, se ha observado un problema más importante relacionado al contexto educativo cómo es la deficiencia de los alumnos en aprender matemáticas, dado por la falta de un enfoque histórico en la enseñanza matemática, es urgente la solución de este problema caso contrario tendremos alumnos con la falta de bases para continuar en los cursos inmediatos y los estudios universitarios, por la cual se plantea una propuesta de elaborar WebQuest con procesos de las enseñanzas históricas matemáticas, adaptadas a la enseñanza actual que permitan disminuir el problema.

1.3. FORMULACIÓN PROBLEMA

¿La falta de una visión histórica en la enseñanza de la matemática influye en la deficiencia del aprendizaje de los alumnos?

1.4. DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA

¿La falta de una visión histórica en la enseñanza de la matemática influye en la deficiencia del aprendizaje de los alumnos del Décimo "A" y "B" de Educación Básica de la Unidad Educativa “Emaús”, Fe y Alegría, del Cantón Quito, provincia de Pichincha, durante el año lectivo 2010-2011?

1.5. JUSTIFICACIÓN

Se investiga para buscar una manera más fácil y adecuada de enseñar que mejor el tomar en cuenta las enseñanzas de los primeros maestros matemáticos, ya que hoy en día se habla en las universidades de dar prioridad a la investigación, para lo cual es necesario que se indague en otros conocimientos que faciliten el proceso de enseñanza y aprendizaje, de manera que se indague una solución permitiendo disminuir el problema, es obvio que hoy los maestros se deben preparar mejor para dar una educación de calidad.

1.6. OBJETIVOS

1.6.1. OBJETIVO GENERAL

Verificar sobre la incidencia por la falta de una visión histórica en la enseñanza de la matemática en la deficiencia del aprendizaje de los alumnos, con una investigación histórica, con la finalidad de encontrar una solución al problema.

1.6.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Conocer los diferentes acontecimientos, personajes históricos matemáticos.
- Relacionar la historia de la matemática con el modo natural de aprendizaje de esta ciencia.
- Investigar sobre los elementos cronológicos y espaciales que sustenten a la matemática como ciencia formal y su extrapolación en el proceso de enseñanza.

1.7. HIPÓTESIS

La falta de una visión histórica en la enseñanza de la matemática produce deficiencia en el aprendizaje matemático de los alumnos.

1.8. VARIABLES

1.8.1. VARIABLE INDEPENDIENTE

Visión histórica en la enseñanza de la matemática.

1.8.2. VARIABLE DEPENDIENTE

Aprendizaje matemático.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. VISIÓN HISTÓRICA EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

2.1.1. LA MATEMÁTICA ANTES DE GRECIA

2.1.1.1. LA PREHISTORIA

Hablar de origen de las matemáticas, significa trasladarnos al inicio del conocimiento humano que surge por la necesidad de comunicarse mejor con sus semejantes y facilitar la convivencia familiar. Este período está relacionado a la edad de piedra.[1]

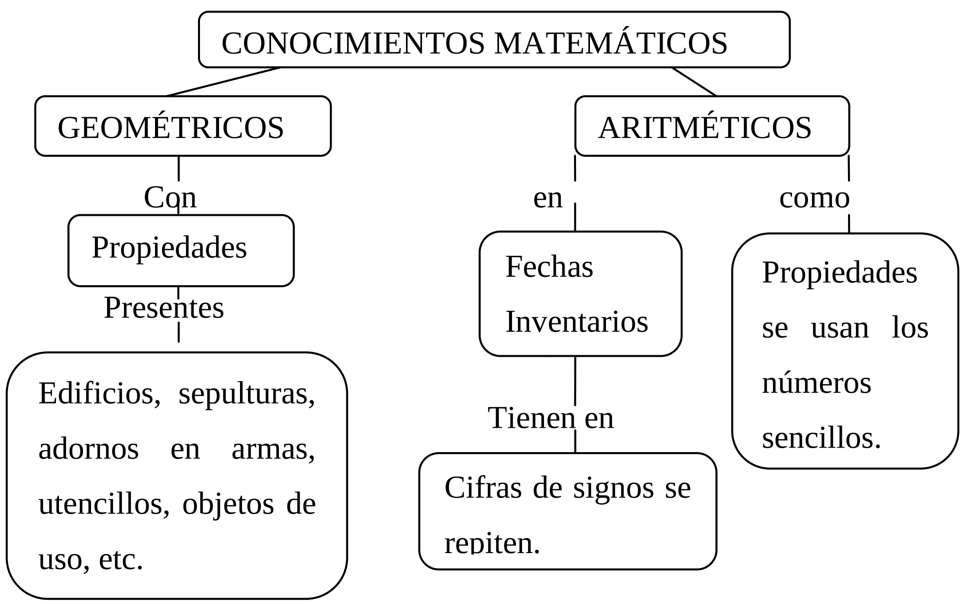


FIGURA 2. 1 CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS

Fuente: Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.

Elaborado por: Marco Bubano

[1]Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.

Como se puede observar hubo cierto conocimiento del concepto de número, cantidad y propiedad, indispensables en la solución de problemas aritméticos y geométricos. Se podría decir la prehistoria representa el inicio de algo que se va construyendo a lo largo del tiempo hasta obtener un conocimiento completo de la matemática, eso se dará más adelante.

2.1.1.2. LOS BABILONIOS (2000-200 a. C.)

Los babilonios emplearon una escritura cuneiforme, es decir en forma de cuña y escritas en tablillas de arcilla con palos con puntas agudas, para representar los números.[2]

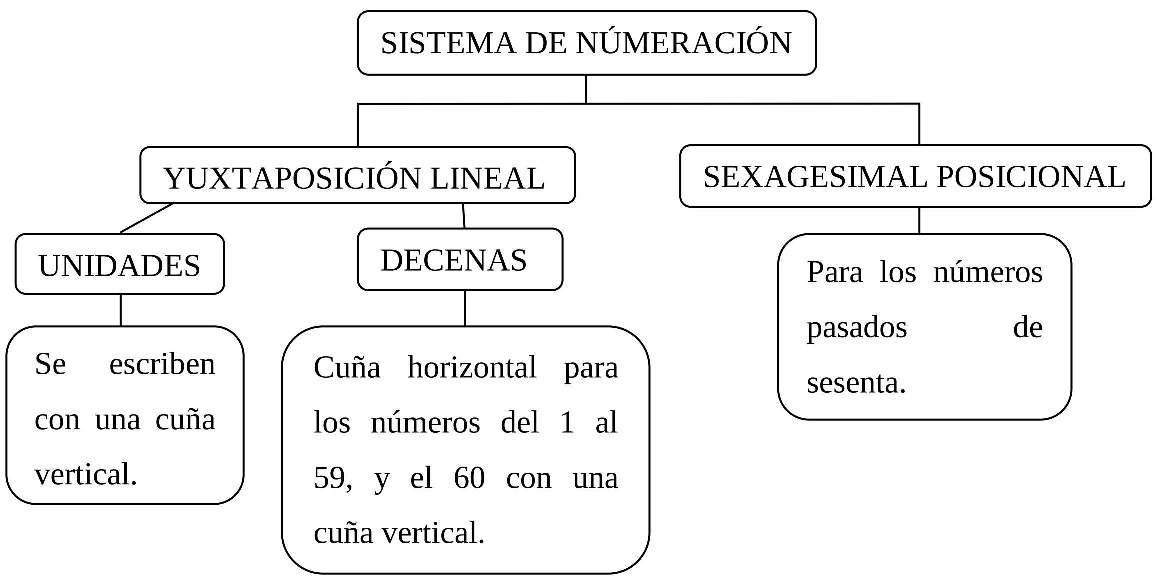


FIGURA 2. 2 SISTEMA DE NUMERACIÓN DE LOS BABILONIOS

Fuente: Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.

Elaborado por: Marco Burbano

En el siglo III se encuentran divisiones, multiplicaciones, multiplicación de fracciones básicas y el cálculo de quebrados sexagesimales.

Su conocimiento en ecuaciones y en álgebra fue mejor al de los egipcios, por lo que resolvieron ecuaciones de primer y segundo grado.

[2]El Mundo de las Matemáticas, Editorial Clasa, S.A, Buenos Aires-Argentina, 1986.

Esta cultura tuvo ciertos conocimientos de geometría como el teorema de Pitágoras, un milenio antes de que se hiciera conocer.[3]

La yuxtaposición es aumentar o crecer, en este caso se pueden repetir cada uno de los signos para representar los números, con un sistema de numeración posicional. A diferencia de los demás números el signo del 60 tiene que tener cierta distancia.

2.1.1.3. LOS EGIPCIOS (2000-500 a. C.)

CALENDARIO ANUAL
Aparece en el año 4241 a. C., con 12 meses, cada mes con 30 días y 5 días festivos.

PIRÁMIDES
Se hacen en el año 2900 a. C., enormes edificios.

ESCRITOS GEROLÍFICOS
En el siglo IV, se encontraron con un sistema de numeración lineal.

CURSIVA HIERATICA
Escrito en el siglo III, con una caña hendida, usando tinta en papiro.

FIGURA 2. 3 ELEMENTOS IMPORTANTES DE LOS EGIPCIOS

Fuente: Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.
Elaborado por: Marco Burbano

Los escritos que se encontraron son: el papiro de Moscú; el rollo de cuero; el papiro de Rhind escrito por Ahmes en el siglo XVII; papiro de Kahun escrito en el año de 1950 antes de nuestra era; papiro de Akhmin pertenece al año 300 antes de nuestra era; papiro de Rollin.[4]

---

[3]Dunham W, Universo de las Matemáticas, Madrid, Ediciones Pirámide, S.A., 1995, 1996.
[44]Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.

Como nos indica la historia se resolvió operaciones matemáticas de suma, resta, multiplicación, división, quebrados y un sistema de numeración decimal sobre las bases lineales.

Los egipcios tenían un sistema de numeración no-posicional y cada número con signos individuales. Podemos ver, tanto los egipcios y babilonios en ese tiempo no conocían el cero.

En álgebra este pueblo resolvió problemas de ecuaciones de primer y segundo grado, y en la geometría sabían dividir un ángulo de acuerdo con la salida y puesta del sol, trazaban un ángulo recto, sabían hallar el volumen de la pirámide de base, etc.

2.1.1.4. INDIOS, CHINOS Y MAYAS (3000-500 a. C.)

Los indios, los primeros conocimientos en matemáticas de estos pueblos no existen. Se conocen de prácticas geométricas religiosas en la sulbasutra (siglo VIII a. C.), donde se encontró los altares para sacrificios.

Para dar a entender las sulbasutras son libros con escritos matemáticos, de las tres se conservan uno que pertenece a Apastamba, escritos en verso.

En geometría tienen la solución de problemas con el uso de una cuerda, cálculo del cuadrado y círculo, representación del ángulo recto y en aritmética solución de las cuatro operaciones.[5]

Que interesante de ese tiempo por el uso de un recurso didáctico como la cuerda, empleado para el cálculo de los problemas geométricos, y utilizado en nuestro tiempo para la representación y cálculo de rectángulos, triángulos, cuadrados, de manera que facilita la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

Los matemáticos chinos en el año 1100 a. C., en trigonometría conocen la aproximación $\pi \approx 3$, el triángulo pitagórico 3, 4, 5. Resolución de problemas fáciles de movimientos, ecuaciones lineales con falsa posición y diferenciales con bastante incógnitas de colores.

---

[5] Davidson L, Ecuaciones y Matemáticos, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008, pág. 67.

Una de sus más antiguas obras mencionaremos al Chuo Pei Suang (Horas solares), escrita en el año 1100 antes de nuestra era, este texto tiene cálculos astronómicos, propiedades del triángulo rectángulo, teorema de Pitágoras de forma algébrica y cuadros mágicos. Tuvieron un sistema de numeración decimal posicional.

Los mayas. La cultura maya alcanza un desarrollo respetable con el nuevo imperio (987-1697), dándose a conocer en arquitectura, esculturas, cerámicas, textiles, principalmente en su escritura y numeración. Sabemos que en el siglo III antes de Cristo, del sistema de numeración fue con base 20, escrito con puntos por debajo de 20, y con rayas los números cinco. Este sistema tiene relación con la división del año de 18 meses cada mes se conformaba de 20 días, a cada mes se le incluían 5 días llamados como funestos.[6]

Poco conocimiento matemático nos es revelado, no se sabe que paso con toda esa abundante sabiduría perdida al paso de los tiempos, lo que nos queda está grabado en sus edificios, templos, monumentos y pirámides. El sistema de numeración posicional dependiendo con las unidades, decenas y centenas, etc., significa que se escribían de izquierda a derecha o viceversa, de abajo hacia arriba, de acuerdo con la cultura de cada pueblo, este sistema lo empleaban los babilonios, indios, chinos y mayas.

Una de las semejanzas que podemos ver entre los egipcios y mayas es que usaban la misma escritura de signos (jeroglífica) para los números y la acumulación o repetición de un mismo signo.

2.1.2. LOS GRIEGOS (800 a C. - 600 d. C.)

2.1.2.1. PRINCIPIOS DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO (800 a C. - 400 d. C.)

A partir del año 800 antes de nuestra era, podemos encontrar a las ciudades como Argos, Atenas, Corintio, Éfeso, Megara, Mileto, Samos y Tebas. En Mileto y Samos se produce un progreso importante matemático.[7]

[6] Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960, pág. 17.
[7] Davidson L, Ecuaciones y Matemáticos, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008, pág. 31.

Unos de los sistemas de numeración de los griegos fue el ático o herodiano, desde el siglo IV al I que tiene un parecido al romano. En esta escritura se utilizó el método de las letras primeras de los nombres de los números. Más adelante en el siglo III antes de Cristo, se remplaza por la numeración jónica, donde los números enteros se representan por las letras del alfabeto griego con una raya encima.[8] Las unidades, decenas y centenas estaban representadas por las 24 letras del alfabeto griego, los millares con una raya más abajo y delante de la cifra de letras, quebrados tenían un acento detrás de los denominadores.

De acuerdo al Diccionario Enciclopédico de Díaz principio es el punto primero en una extensión, cantidad o cosa, también significa base, fundamento origen, razón, entonces al hablar de principio del pensamiento matemático es trasladarse a los primeros conocimientos que sirvieron de base para el progreso matemático, es así como muchas de las enseñanzas que tenemos hoy en día, ejemplo el teorema de Pitágoras.

2.1.2.2. LA ARITHMÉTICA UNIVERSALIS (400 A. C.)

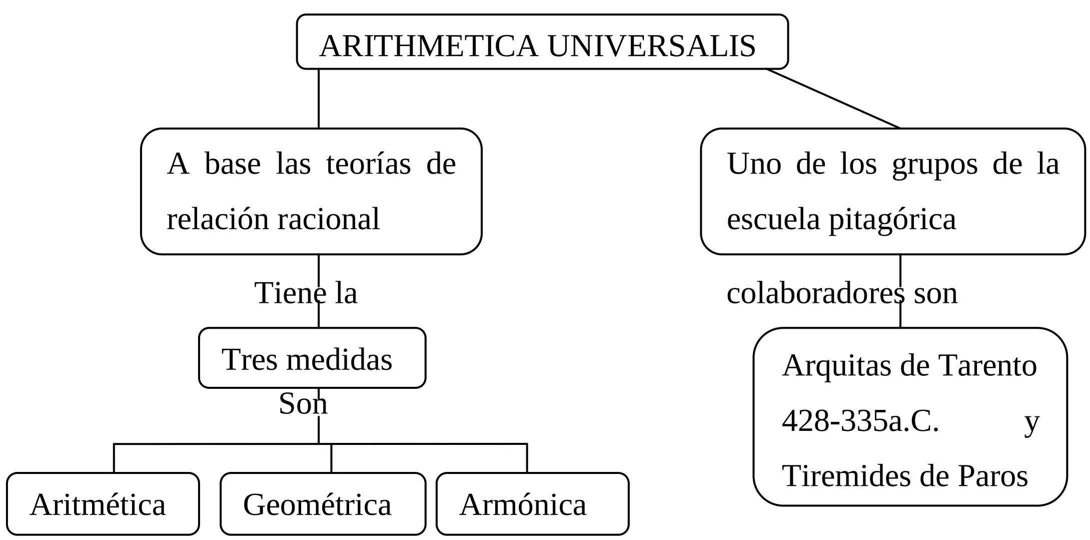


FIGURA 2. 4 LA ARITMÉTICA UNIVERSAL

Fuente: Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.

Elaborado por: Marco Burbano

[8] Silva J, Matemática Básica1, Editor CODEU, Quito-Ecuador, 2006, pág. 21.

Ejercían la planimetría, la cual contenía propiedades de las rectas paralelas y de los ángulos del triángulo, la igualdad de las superficies de figuras planas, transformaciones de superficies, propiedades de los ángulos en una circunferencia, con la falta de un sistema y exactitud.
La solución de ecuaciones de primer y segundo grado. Se calculó la superficie circular partiendo del cuadrado, la trisección de un ángulo, la cuadratura de algunos arcos. Estos avances contribuyeron a resolver importantes trabajos geométricos.

2.1.2.3. SOBRE LO IRRACIONAL (400 a. C.-325 d. C.)

Se confirmó la irracionalidad de los números que fue imposible racionalizarlos, cuando dice Platón que Teodoro de Cirene le había mostrado la irracionalidad de $\sqrt{3}$ hasta $\sqrt{17}$ de sus conclusiones geométricas.[9]
Al explicar el concepto de racionalizar según el Diccionario Enciclopédico de Díaz es hacer razonable, reducir a conceptos racionales, entonces racionalizar un número es transformar de irracional a racional, parece que no hubo procedimiento aritmético ni geométrico para hacer tal cambio, mientras que hoy en día tenemos ciertos procedimientos matemáticos para racionalizar los números, de forma que al hacer operaciones que racionalizamos sus denominadores de una fración.

2.1.2.4. EUCLIDES DE ALEJANDRÍA (365 a. C.-300 d. C.)

Euclides de Alejandría escribió diez obras, sólo se conservan cinco, de estas la más famosa es los Elementos, formado por trece libros, de los cuales seis primeros pertenecen a la planimetría, tres siguientes a la teoría elemental de los números, otro a la teoría de los irracionales y los tres sobrantes a la estereometría. Los elementos son una obra que abarca toda la matemática principal de aquel tiempo como geometría,

[9]Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.

aritmética y el álgebra geométrica. Los tres primeros libros pertenecen a la geometría, de estos el segundo es de álgebra geométrica.

Resolución de los problemas geométricos como son: la cuadratura del círculo, la trisección de un ángulo, duplicación de un cubo, ayudaron a la formación de las secciones cúbicas, cálculo aproximado del Pi, por el método de la exhaución se izó el cálculo de los límites.[10] Parece como que se pusieron de acuerdo todos los maestros griegos para emplear procedimientos geométricos con gran habilidad para el cálculo polinomios y ecuaciones de segundo grado, y así dando su aporte importante en el aprendizaje de la matemática de sus habitantes, trasmitidas a las nuevas generaciones y a otros pueblos por mucho tiempo.

2.1.2.5. ARQUÍMEDES DE SIRACUSA (287-212 a.n.e).

Arquímedes nació en la siciliana ciudad de Siracusa, fue hijo de Phidias astrónomo, estudió a una edad madura en Alejandría. Convirtiéndose de esta forma como el más grande de los personajes matemáticos de ese tiempo, en la matemática y física.[11]

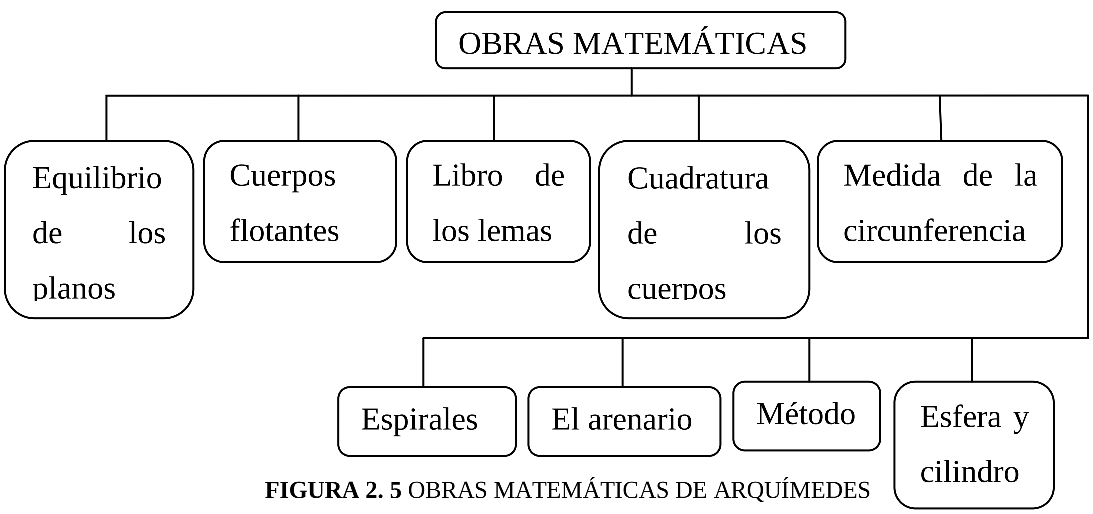


FIGURA 2. 5 OBRAS MATEMÁTICAS DE ARQUÍMEDES

Fuente: Davidson J, Ecuaciones y Matemáticas, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008.

Elaborado por: Marco Burbano

[10]Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.

[11] Davidson L, Ecuaciones y Matemáticos, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008.

Las obras antes mencionadas son las más importantes en matemáticas y se aplican a la astronomía y la física. Estudiaremos a algunas de sus obras de cómo la esfera y cilindro representa que el volumen de la esfera es de dos tercios en el cilindro circunscrito y su área es igual a dos planos paralelos. El método es una de sus obras importantes, fue encontrada recientemente en 1906, desarrollando los teoremas utilizando procedimientos mecánicos auxiliares, en el método se basa todo el desarrollo de toda la matemática de Arquímedes.[12]

2.1.2.6. APOLONIO DE PÉRGAMO (260-190 a.n.e).

Diremos que Apolonio como Euclides y Arquímedes fueron los más grandes matemáticos griegos. Nació en Perga que se encuentra al sur de Asia menor, fue alumno de la escuela de Alejandría y luego maestro.

Las obras de Apolonio son: las secciones determinadas, secciones de áreas, reparto rápido, lugares planos, contactos (tangencias), y las cónicas.

"Los griegos, aunque agotaron prácticamente la geometría, no fueron sin embargo buenos algebristas".[13] La geometría fue una materia que más dominaron llevándolos a emplear procedimientos geométricos para dar solución a los problemas matemáticos, dejándonos una gran cantidad de conocimientos aún presentes en nuestro tiempo. Contribuyeron en el progreso cultural y económico del pueblo griego. Solo hubo alguien que se dedicó a desarrollar el álgebra en su época, lejos de utilizar métodos geométricos, convirtiéndose como uno de los mejores algebristas, este personaje fue el maestro Diofanto y más detalles daremos más adelante.

[12]Ruiz Á, (2003), Historia y Filosofía de las Matemáticas, Editorial EUNED, Costa Rica.

[13]Dunham W, Universo de las Matemáticas, Madrid, Ediciones Pirámide, S.A., 1995, 1996, pág.142.

2.1.2.7. EL OCASO DEL HELENISMO. LOS ROMANOS (150 A. C-150 D. C.)

El helenismo es el tiempo de los griegos que va desde Alejandro Magno hasta la conquista de Augusto Cesar emperador de Roma que a finales del siglo I antes de nuestra era, cuando pasó a ser imperio.

En el siglo III después de nuestra era empezaron a caer las culturas griegas y helénicas, es decir el fin o la terminación del helenismo.

La cultura helénica se ubicaba en el mediterráneo e importante en la parte cultural, por lo tanto las culturas anteriores a la antigua Grecia se denominaron como prehelénicas. Existieron dos grupos de matemáticos unos llamados comentaristas y otros verdaderos. Los comentaristas fueron los que exponían los escritos de sus antecesores.

En el grupo de los comentaristas tenemos a Theon de Alejandría, a su hija Hypatia, Poclo de Bizancio, a Simplicio y a Eutocio de Ascalón. Los verdaderos matemáticos tenemos a Nicómaco de Gerasa, Menelao de Alejandría, Pappus de Alejandría, Claudio Ptolomeo, Diofanto de Alejandría, Herón de Alejandría, Severino Boecio.[14]

Algunos de los historiadores están seguros que Diofanto de Alejandría fue el creador del álgebra, además su aporte es la solución de las ecuaciones de primer y segundo grado que hoy en día son conocidas como las ecuaciones diofánticas, con sus propios símbolos, reglas y procesos algebraicos. La diferencia encontrada en los relatos históricos es Diofanto no tuvo el mínimo interés por la geometría de sus amigos griegos.

[14] Davidson L, Ecuaciones y Matemáticos, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008.

2.1.3. LA EDAD MEDIA

Período correspondiente a un tiempo de 2000 años, desde los siglos V-VI antes de Cristo, hasta el siglo XVI. En esta época hubo un retraso en Europa y adelanto matemático se da en la india y en los países árabes.[15]

2.1.3.1. LOS INDIOS

Los indios fueron los inventores del sistema decimal posicional de los números, división en columna. En los siglos que siguen se desarrolla el álgebra, el sistema de cálculo en operaciones con cero y números negativos, signos fijos para la multiplicación y la suma, para las incógnitas, primeras potencias, cálculos de operaciones, paréntesis, ecuaciones de primer y segundo grado.[16]

2.1.3.2. LOS MUSULMANES

La sabiduría de los musulmanes tiene las bases del conocimiento helénico en filosofía, ciencias naturales y de la medicina griega. Se traducen las obras griegas al árabe en el siglo IX.

Se estudiara en esta ocasión de algunas de las obras de los maestros de las matemáticas: Al-Khowarizmi soluciona los problemas y testamentos con procedimientos algebraicos, partes geométricas, problemas cúbicos.

Abu Kamil en álgebra soluciona los problemas de ecuaciones indeterminadas con la inscripción y circunscripción de polígonos y también las ecuaciones lineales utilizando métodos de falsa y doble posición.[17]

Al-Hajjami hace la clasificación de las ecuaciones cúbicas y sus soluciones para las secciones cúbicas.

---

[15] Dunham W, Universo de las Matemáticas, Madrid, Ediciones Pirámide, S.A., 1995, 1996, pág.142.
[16] Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.
[17] Davidson L, Ecuaciones y Matemáticos, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008.

Al-Karagi trata los problemas de ecuaciones de segundo grado indeterminadas con soluciones no enteras.
Omar Khayam hace un cuadrilátero con dos lados iguales y perpendiculares a la base, consideró las hipótesis de los ángulos agudo, recto y obtuso. En el álgebra clasifica de las ecuaciones de grado igual o menor que tres y resuelve las ecuaciones de tercer grado empleando las cónicas.
En geometría nombramos a Awul-wafa por sus construcciones con abertura de campos cortantes, no está por demás en mencionar a Ibn-al-Haitam representó las cuadraturas de las lúnulas en el triángulo rectángulo general.

Se consiguen grandes progresos en la trigonometría, introducción de la función trigonométrica y las tablas de seno, tangente, cotangente y cosecante.
La historia manifiesta que nuestro pueblo occidental latino adquirió la mayoría de conocimientos filosóficos y matemáticos de los judíos españoles y poco del musulmán.[18]

2.1.3.3. LOS CHINOS

Los chinos, tienen un periodo de 200 antes de Cristo hasta 1300 después de Cristo. Tienen los libros antiguos de cálculos con colecciones de los problemas. Aportaciones de álgebra y geometría con el manejo del sistema de ecuaciones lineales dadas por recetas, ecuaciones de segundo grado, triángulos pitagóricos y fórmulas geométricas de aproximación. Encontramos un modo utilizado por los chinos que se apoya en la solución de ecuaciones auxiliares, luego para los números más pequeños se usó el cálculo de aproximación.
Hubo un cambio en el ábaco antiguo formado por un sistema de barra, luego viene a ser representado por bolas, llamado Suapan.
Además, hicieron la solución de los problemas trigonométricos, astronómicos, la suma de los números cuadrados y las transformaciones algebraicas de Chu Shi-Kie en el año

[18]Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.

1300 d. C, empleó el triángulo del triángulo de Pascal para el cálculo de las ecuaciones de grados superiores, y utilizando un método para la solución de ecuaciones parecidos al de las matrices.[19]

El ábaco es un instrumento didáctico que fue y es empleado por nuestro pueblo latino para la solución de las operaciones aritméticas, fácil de utilizar porque le permite al estudiante que haga uso de la mayor cantidad de los sentidos, facilitándole el proceso de aprendizaje de la matemática. De manera específica se lo utiliza en la enseñanza de los primeros años de Educación Básica, hasta que domine el cálculo mental de la suma, resta, multiplicación y división.

2.1.3.4. LAS PRIMERAS GRANDES TRADUCCIONES Y SUS EFECTOS SOBRE LA ESCOLÁSTICA TEMPRANA (1100-1200 D. C).

Se trata en un periodo aproximado de cien años. Se traducen las obras griegas y los textos árabes, seguramente se hizo la traducción al latín porque es una lengua nacional utilizada por la iglesia, el responsable de todo este trabajo es Pedro Abelardo basado en el método escolástico y luego es remplazada por la lógica moderna.

Thierry siendo uno de los maestros del colegio de Chartres tiene bastante interés en las obras antiguas, como las obras de Aristóteles y su obra es el manuscrito Heptateuchon que tiene partes latinas de los 45 mejores escritores viejos.

Se crea la escuela de los traductores en Toledo por el arzobispo Raimundo, donde tenemos a Platón de Tívoli, Rodolfo de Brujas, Daniel de Morley, y Roberto de Chester. Se presentan sabios judíos como Abraham bar Chijja que hace una introducción de geometría con base en la agrimensura. Alano de Insulis, trata de dar principios teológicos de acuerdo al método matemático deductivo.[20]

[19]Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.
[20]Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.

2.1.3.5. LA ALTA ESCOLÁSTICA

La alta escolástica, corresponde al siglo XIII, en este tiempo es cuando se dan muchas disputas entre las enseñanzas neoplatónicas-agustinianas antiguas, y el aristotelismo respaldado por los sabios musulmanes y griegos. Se formaron grandes colegios catedráticos y religiosos, luego independizándose en universidades.

Reunidos los colegios de la catedral del norte de dame y colegios religiosos y se crea la Universidad de París con cuatro facultades (Artistae, Teologi, decretistae y medici). La facultad de teología es la más importante y que progresa. En la facultad de artes las matemáticas son separadas e incorpora las materias del Quadrivium (geometría, aritmética, astronomía y música).

Se prioriza en Oxford las matemáticas, biología y los idiomas, mientras que en Paris a la filosofía y teología. También se da prioridad al experimento científico, a la observación de los fenómenos de los astros.[21]

La escolástica es donde se promueven las enseñanzas de la Edad Media, cristianas, arábicas y judaicas, las enseñanzas de Aristóteles, son tratadas con métodos religiosos. Se puede verificar que este tiempo se da la creación de las escuelas del monasterio dedicadas al estudio de las matemáticas orientadas con principios religiosos, además la iglesia tomó todo el control del poder social, cultural y cómo es obvio el religioso, produciendo desacuerdos con los que tenían un pensamiento diferente.

[21]Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.

2.1.4. EL HUMANISMO (APROXIMADAMENTE 1530-1580 D. C.)

2.1.4.1. PASO DE LA EDAD MEDIA A LA EDAD MODERNA (1300 A. C- 1500 D. C).

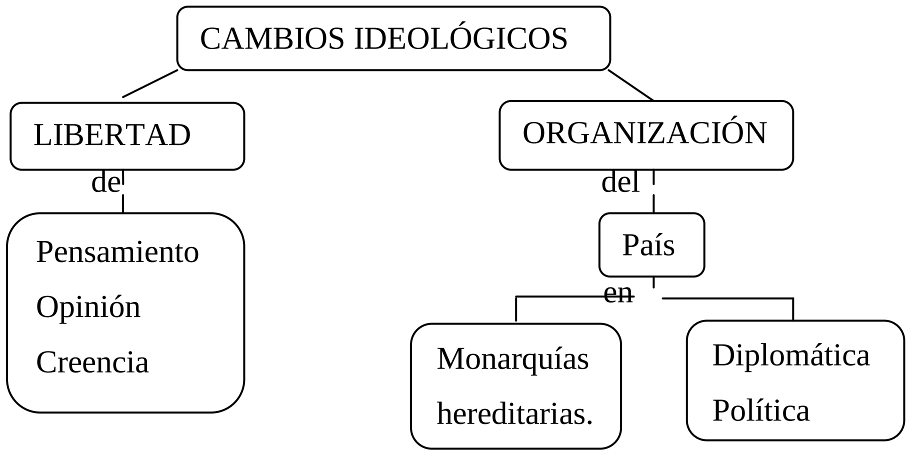


FIGURA 2. 6 LOS CAMBIOS IDEOLÓGICOS EN EL HUMANISMO

Fuente: Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960.

Elaborado por: Marco Burbano

El latín la lengua eclesiástica de occidente europeo es remplazado por las lenguas de cada país. La metafísica de Aristóteles es traducida por el español Sepúlveda. Disminuye su fuerza la escuela platónica.

"La lucha de las opiniones aisladas de las escuelas pierde, por fin, terreno a causa de la nueva orientación filosófica-naturalista, la cual se empeña en hacer una prueba de lo más cuidadoso y objetiva posible de los fenómenos mediante observaciones y experimentos para obtener las leyes rectoras de la naturaleza"[22], se dirá que fue una nueva era de cambios positivos orientados a superar las diferencias de pensamiento, mejor a unir fuerzas para rescatar los valores humanos que son indispensables en una sociedad civilizada, eso es el humanismo. Se da prioridad a las ciencias naturales, es decir a la investigación de la naturaleza.

La creación de las bibliotecas como son: la biblioteca Laurentiana en Florencia, la Vaticana en Roma y la biblioteca Corvina en Pressburgo. Con la impresión y la

[22]Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960, p.55

instalación de bibliotecas públicas se facilitan los trabajos y la comprensión para los investigadores.

2.1.4.2. LA MATEMÁTICA EN EL RENACIMIENTO (1400 A. C-1540 D. C).

La matemática se dirige hacia la edad moderna con temas prácticos. El deseo histórico y científico no está solo en él religioso sabio o profesor universitario, sino también en maestro de cálculo. Las reformas en lo social, político e intelectual producidos en esta época fueron los puntales o bases del progreso de las ciencias, en especial de las matemáticas, gracias al importante aporte de investigadores y maestros. Aparte de la universidades y monasterios, se crearon las academias que dieron los mejores frutos, todo este importante progreso sirvieron para el progreso intelectual del pueblo europeo. Como señalan algunos historiadores que la legua latina se cambió por la castellana, debido que en España era donde se daba este elemental cambio científico.
“Las matemáticas, no demasiado esplendorosas, de los años 1400-1600 dejaron como residuo fundamental el “algebra simbólica” de Cardano, Vieta, Bombieri, Calvius, y Harriot”.[23]

En este caso revisaremos de los más importantes personajes matemáticos del renacimiento.
Luca Pacioli (1445-1509), a finales del siglo XV trata con las ecuaciones de segundo grado completas de la forma: $x^2 + ax = b$; $x^2 + b = ax$; $x^2 = ax + b$, y no encuentra la solución para las ecuaciones de tercer grado.[24]
Nicolo Tartaglia, fue ingeniero y matemático, resolvió la ecuación cúbica.
Cardano fue médico y matemático en su obra Ars magna realiza la ecuación cúbica de un caso particular con procesos geométricos, solución de ecuaciones tercer y cuarto

[23]Piaje J, Coquet G, Dieudone J, Thom R, Enseñanza de las Matemáticas Modernas, Alianza Editorial S.A, Madrid, 1978, pág. 63.
[24] Dunham W, Universo de las Matemáticas, Madrid, Ediciones Pirámide, S.A., 1995, 1996, pág.143.

grado. Racionaliza los denominadores, emplea los números imaginarios en ecuaciones cúbicas.

Rafael Bomelli (1526-1576), en su álgebra tiene cinco capítulos: el primero posee reglas y operaciones con radicales, como algunos métodos para extraer raíces cuadradas y cúbicas aproximadas, el segundo trata de polinomios y ecuaciones del primer al cuarto grados, el tercero resuelve 141 problemas tomados de la aritmética de Diofanto y en los dos últimos capítulos desarrolla la geométrica, utiliza los procedimientos del álgebra geométrica.

La población que no sabe leer ni escribir, ni conoce las cifras, hacen el cálculo con tablillas que se conserva hasta el siglo XVII. Se promueven las enseñanzas de cálculo de los avalistas, tomadas del método antiguo. En cambio, los algorítmicos, defienden el cálculo por cifras, de modo que sus métodos son pocos prácticos. Se instalan métodos más prácticos, por ejemplo: la división moderna de izquierda a derecha.

Las enseñanzas antiguas que se basaban en obras alegóricas, se quedan atrás, más se dirigen a los fenómenos celestes que son sucesos normales que se puede señalar con las observaciones astronómicas y cálculos trigonométricos.

Regiomontano su nombre verdadero es Juan Muller fue de Umbrien, conocedor del griego, escribe una trigonometría plana y esférica.

Se despierta un gran interés de los humanistas por estudio de las ciencias exactas. Entre los textos que publicaron tenemos al de los Elementos de Euclides, los Tetrabiblos y el Amagesta de Ptolomeo, la Cónica de Apolonio, unos textos fragmentados de Pappo, ediciones matemáticas de Platón, Aristóteles y sus comentarios, las traducciones latinas de Boecio, Averroes y Avicena.

M. Stifiel con su obra Arithmetica integra (1544), coloca coeficientes negativos para las ecuaciones, se apropia de la teoría de los irracionales del libro X de los elementos de Euclides, usa raíces numéricas hasta el grado séptimo, multiplica y divide progresiones geométricas.

Viéte (1540-1603), es el más importante matemático francés de finales del siglo XVI, nació en Fonteriay y estudio leyes. En su trabajo de matemática no utiliza los números imaginarios, con procesos trigonométricos, un libro de astronomía se imprime en 1537, el canon (impreso en 1571/79) y las Tablas de Rhaeticus. En la Emendatio Aequationum (impresa en 1615) elimina fracciones y raíces, se sacan factores identificables.[25]

2.1.5. EL PERÍODO BARROCO

Comprendido entre el periodo 1600 a 1800 d. C. En esta etapa intervienen los monasterios que son encargados de retomar los conocimientos griegos para poderlos difundirlos al pueblo por medio de los impresores, traductores y maestros de aquel tiempo. La matemática alcanza un progreso en el siglo XVIII por el trabajo de Descartes y Fermaf en la geometría analítica, Newton y Leibniz con el cálculo infinitesimal, en el siglo XVII tenemos a las matemáticas aplicadas con un aporte para las demás ciencias, aplicando así los investigadores en otros campos.[26]

A continuación estudiaremos de los principales estudiosos de las matemáticas de la etapa barroca.

Finalizando el siglo XVI tenemos a los creadores de los logaritmos a Burgi, Neper y la introducción del logaritmo cartesiano de Brigss, J. Burgi es del país de Suiza de profesión relojero y hace instrumentos, utiliza el método prostaferético en los ángulos auxiliares para calcular triángulos esféricos y ecuaciones por el método de la regula falsi.

Neper emplea los cocimientos de Euclides y Arquímedes, de modo que en la tabla de "Descriptio" impresa en 1614 y de la "construcio" se orienta de una construcción

[25] Ehrenfriet. J, Historia de las Matemáticas, Edición UTEHA, México, 1960
[26] Enciclopedia Técnica de Educación, Editorial Santillana S.A., Madrid, 1981, pág.200.

mecánica de Neper, y por la caída de Th. Bradwardine, concluyendo que los logaritmos neperianos tienen como base $\frac{1}{e}$.

Las matemáticas tienen un desarrollo importante de cada uno de los países de europea, una de ellas la escuela de Francia que deja aun lado los conocimientos aristotélicos, creando la Academia de Filosofía.

P. de la Ramée es discípulo de Sturm en París para su examen de doctorado presenta al magisterio la Lógica Aristotélica, también hace una edición de Euclides, un libro de cálculo, y una geometría.

Los jesuitas tienen una labor principal en el campo de la enseñanza, por lo cual podemos mencionar a algunas instituciones educativas como son: la orden fundada en 1534 por Ignacio de Loyola, colegio Romano en 1551, colegio germánico 1552, colegio Ingolstadt 1556.

Galileo Galilei, fue profesor de matemáticas en Pisa, en Padua en los años de 1596 a 1610 se dedica a estudiar las matemáticas, de la física práctica la astronomía. Sus trabajos son sobre el movimiento de caída de los cuerpos, construye un telescopio que descubre las irregularidades de la superficie de la luna, la composición de la vía láctea, las fases de Venus y algunos satélites de Júpiter. [27]

Benedetti y Galileo coinciden en la teoría del impulso, se oponen a Aristóteles, sugiriendo la idea de que se debe iniciar del experimento para llegar a la descripción cuantitativa de los fenómenos físicos.

Los experimentos del movimiento perpendicular, la caída libre, el lanzamiento y el movimiento sobre el plano inclinado llevan a Galileo a representar de forma gráfica el espacio- tiempo y curva en caída libre, dando lugar al teorema de la conservación de la energía.

La astronomía de Kepler contiene la expresión empírica del plano y movimiento elíptico planetario, hace la gráfica del sistema de las secciones cónicas de 1609 a 1615.

[27] Hofstatter Hans, Historia Universal Comparada, Editores Plaza y James S.A., segunda edición, Barcelona, 1972, pág.245.

Jesuita Caveleiri halla las coordenadas del centro de gravedad, representa el área del triángulo rectángulo, el tratado trigonométrico de las inecuaciones cuadráticas, logaritmo de suma, publico el “Tratado del Espejo Ustorio”, el movimiento parabólico.

René Descartes fue hijo de una noble familia, su padre Joaquín Descartes consejero del parlamento bretón e Rennes, su educación la recibe en el colegio jesuita, es el segundo hijo perteneciente a una familia rica, estudia 1614 derecho en Poitiers, luego se gradúa como bachiller y licenciado. Viaja a Hungría, Alemania, Italia, Inglaterra y Dinamarca.

Descartes importante matemático creador de la geometría de las coordenadas o cartesiana, un método para resolver los problemas geométricos.[28] Siempre se recuerda de los textos matemáticos de los primero años de secundaría que dan a conocer sobre las aplicaciones del plano cartesiano, y si vacilar se debe su nombre de debe en honor a este maestro. Solución de problemas geométricos lineales y cuadráticos con regla y compás, transforma el método de Ferrari de las ecuaciones de cuarto grado, emplea ecuaciones con n soluciones reales imaginarias, se empeña por los problemas, prefiere que las ecuaciones tengan menos incógnitas, trata con la propiedad de las tangentes.
Los primeros éxitos en el campo infinitesimal tenemos a personajes interesados en el desarrollo de este campo a Fermat, Roberval, y Torriceli, de estos tres el más sobresaliente es Fermat.

Fermat nació al sur de Francia (1601-1665), pertenece a una familia burguesa, se prepara en el colegio de los franciscanos en lenguas y literatura, estudia derecho en Toulouse, obtiene el título abogado y miembro del tribunal como consejero en 1634, es el creador de la geometría de los ejes de las coordenadas, se dedicó en el campo infinitesimal. Una de las obras de Fermat “Transmutatio et emendatio aequatiunum” impreso en 1679 contiene los primeros métodos generales de integración.

[28]Collahuazo L, Geometría Plana, Editor CODEU, Quito-Ecuador, 2006, pág.6.

Blaise Pascal (1623-1662), este matemático a los 16 años escribe un tratado básico sobre las secciones cónicas (hexágono de Pascal). Descubre el cálculo de las probabilidades, es el primero en hacer el cálculo de las cicloides. En su obra “Triangle arimétique” se encuentra la ley del cálculo por adición y multiplicación de los coeficientes binomios por el triángulo aritmético, la suma por coeficientes binómicos.

J. Gregory fue hijo menor de un escocés, método de la sucesión de potencias (1665-1675), que se ocupó de los casos infinitesimales, su estudio lo hace en Aberdeen y escribe la óptica donde indica un instrumento para hacer las observaciones astronómicas en el telescopio de espejos. Creador método de la sucesión de potencias (1665-1675), se ocupó de los casos infinitesimales, en 1667 da a conocer la cuadratura del sector de una elipse y una hipérbola utilizando polígonos inscrito y circunscrito de áreas.

Se da a conocer a la logorithmotchnia en su libro VII en 1668 de Mercator, hallándose en la primera parte el cálculo racional de logaritmos y formulas logarítmicas de aproximación.

El descubrimiento máximo del cálculo se debe al Alemán Gottfried wilhelm Leibniz entre 1646 y 1716, fue jurista, filosofo y matemático. En 1628 sale a la luz un trabajo matemático en la revista titulada Acta Eruditorum que al final se encontrada un título calculi, siendo la primera versión de calculo, que contenía un nuevo método para los máximos, mínimos y tangentes. En 1684 tiene un tratado de cálculo diferencial e integral presentado en la misma revista anterior en 1686. Fue el primero en publicar un trabajo de cálculo en 1680, aunque se dice que aun antes Isaac Newton realiza un trabajo referente a cálculo.

Jacobo Bernoulli fue profesor de matemáticas en Basilea publica un análisis empleando el cálculo diferencial, se dedica a la teología, a las matemáticas aplicadas, escribe la gravitación de éter y en Basilea da a conocer de mecánica de los cuerpos sólidos y líquidos.

Leonhardo Euler nació en Suiza, Basilea el 1707, se graduó en la universidad a la edad de 15 años, luego se gana un premio de la Academia de Ciencias en Paris. En 1727 a la edad de veinte años viaja a Rusia para ocupar la Academia en Berlín de Federico el Grande. Regresa a San Petersburgo y muere allí en 1783 a la edad de 76 años.
Entre sus obras principales tenemos: Introductio in Analysin Infinitorun, Institutiones Calculi Differentialis, Institutiones Calculi Integralis. En 1914 los especialistas publican las obras con el título de Opera Omnia.[29]

Como podemos ver que los estudios de los procesos geométricos no se encajan en llenar procesos algorítmicos, como también no siempre estuvieron de acuerdo en cada uno de los trabajos de cálculo infinitesimal, de modo que surgen los desacuerdos hasta poder comprobar con la investigación la valides.

2.1.6. LAS MATEMÁTCAS DEL SIGLO XIX

En el siglo XIX comprendido entre 1800 a 1900, se aplican de todos los conocimientos anteriores a la medicina, física, geodesia y astronomía. Es un nuevo tiempo de evolución hacia la matemática pura que se explica con la frase de Abel: “Estudiar matemática es un honor para el espíritu humano”, también se corrigen las matemáticas de acuerdo con las nuevas teorías de geometría y análisis.[30]
Se da a conocer la geométrica hiperbólica no euclidiana de Lavacheveski, J. Bolyai y Gauss.

Lagranje entre 1800 en los que se refiere al conjunto encuentra una relación de equivalencia y una ley de composición conmutativa. La teoría de las sustituciones para la solución de las ecuaciones algebraicas.

---

[29] Dunham W, Universo de las Matemáticas, Madrid, Ediciones Pirámide, S.A., 1995, 1996
[30] Enciclopedia Técnica de Educación, Editorial Santillana S.A., Madrid, 1981, pág.200.

Carl Friedrich Gauss, este matemático en su adolescencia se vio dividido entre dedicarse a la filosofía o la matemática. Fue el primero en crear una geometría no euclidiana, es también el autor de la geometría diferencial y precursor de la variable compleja. Además, considera una nueva propiedad: la orientación.[31] Su obra de 1801 es Disquisitiones Aritmeticae contiene la teoría de los números. Otros trabajos más como la ley del cociente, teoría de las sustituciones para la solución de las ecuaciones algebraicas, solución de ecuaciones algebraicas con radicales.

Ruffini y Cauchy hacen la definición producto de las permutaciones de un conjunto finito.

En el álgebra todavía no se consigue la abstracción, para lo cual fue necesario de los trabajos de la escuela inglesa como son: el álgebra de la lógica de Boole, vectores cuaternarios y sistema hípercomplejo de Hamilton hacia 1835, matrices y leyes no asociativas de Cayley, cálculo vectorial de Mobius, el álgebra lineal y los sistemas hipercomplejos de Grassmann.

Évariste Galois, francés matemático, hijo de una familia de políticos y juristas. A sus diecisiete años se interesa en la ecuación algebraica para hacerlo por el método de los radicales que luego se conoce como la teoría de Galois. Transformó el estudio de las ecuaciones al grupo de las permutaciones. Se presentan en el álgebra los números imaginarios.

Niels Henrik Abel (1802-1829), matemático noruego, hijo de un pastor protestante, a causa de una tuberculosis muere a los veintisiete años. Utiliza una frase que dice: “Estudiar matemática es un honor para el espíritu humano”, en álgebra resuelve ecuaciones algebraicas de quinto grado manifestando que es confuso por el método de los radicales, y en las funciones elípticas realiza un método para hacer las funciones periódicas recíprocas de la integral elíptica. [32]

---

[31] Collahuazo L, Geometría Plana, Editor CODEU, Quito-Ecuador, 2006, pág.9.
[32] Gispert C, Diccionario de las Biografías, Editorial OCEANO, Barcelona-España.

En el siglo XIX Dedekind y Weber de la escuela alemana estudian la teoría de las funciones algebraicas con una variable de los números, Dedekind trata con la noción ideal, en la ley de la composición entre conjuntos respecto a los elementos.

Kummer en su álgebra demuestra los vectores y cuaternarios, los espacios de n dimensiones, los multivectores y tensores, en números imaginarios clásicos se representan de forma geométrica por los puntos de un plano.

La historia nos dice que el álgebra podía adquirir cualquiera de estos modelos como geométrico, o la teoría de las congruencias.

Se presenta un problema a solucionar que es el modelo para los números irracionales dentro de la teoría de los mismos, en el análisis de cualquier intuición geométrica y la noción de magnitud para conseguir los números reales, se consigue esta solución en 1870 por el cantor Dedekind, Méray y Weirstrass, de manera que los enteros se utilizan en la matemática clásica.

En la aritmética se toma en cuenta a un modelo basado en el método axiomático y del discernimiento de temas matemáticos. Beltrami y Klein encuentran a modelos euclideos de las geometrías no euclideanas de Lobatschevski y Reiman.

La axiomatización de la aritmética, se enfoca hacia los orígenes de la misma aritmética en 1880, aun antes del siglo XIX no se define la suma y la multiplicación de los números naturales, en este caso Leibniz encuentra la definición de los números y deja la conmutatividad de la suma y multiplicación, explicando lo conmutativo es aunque se cambie el orden de los elementos el resultado es el mismo. En 1888 Dedekind da a conocer un sistema completo de axiomas para la aritmética.

Los axiomas de la aritmética pasan a segundo plano por los matemáticos, dando prioridad a las nuevas teorías, de forma especial para la teoría de conjuntos en los años 1900-1930.

En análisis, el estudio de los principios para hacer las funciones con relación a sus variables reales se hace en el siglo XIX, dando como nacimiento a la teoría moderna de los elementos. A finales del siglo XIX se emplea el principio de la inducción transfinita necesaria en la matemática moderna.

Georg Cantor a fines del siglo XIX presenta la teoría de los conjuntos, donde completa la formalización de las matemáticas y del método axiomático, casi por todos aceptado.
Las diferencias fueron notorias entre los formalistas e intuistas, los primeros utilizaban los axiomas que de forma más ordenada trataban a las matemáticas, dejando aun lado el problema dado por las paradojas que utilizan algunos intuistas como: Brouwer, H. Poincare, Borel, Cantor, etc. [33]

2.1.7. ORIGEN E HISTORIA DEL ÁLGEBRA

En un comienzo los babilonios utilizaban técnicas y procedimientos para medir y contar que se aplicaron para resolver problemas prácticos de agrimensura, comerciales y de técnicas cartográficas. De las tabillas encontradas nos rebelan ejemplos de raíces cuadradas y cúbicas, y como también la solución de problemas algebraicos.

Los textos más antiguos nos sugieren que los egipcios y babilonios tenían un procedimiento completo de reglas para los enteros naturales, números racionales, las magnitudes y las áreas, de manera que los documentos babilónicos nos muestren exclusivamente problemas con valores numéricos concretos.
"Por el contrario, una preocupación de esta clase se manifiesta muy claramente en la época de los griegos de la época clásica; es cierto que no se encuentra todavía un tratamiento axiomático de la teoría de los enteros naturales (tratamiento axiomático que no aparecerá hasta el siglo XIX), pero hay numerosos pasajes de los elementos de Euclides en los que dan demostraciones formales de la regla de cálculo tan evidentes intuitivamente como las del cálculo con enteros (por ejemplo la conmutatividad del producto de dos números racionales)"[34].

[33]Bourbaki N, Elementos de la Historia de las Matemáticas, Alianza Editorial, S.A., Madrid, 1972.
[34]Bourbaki. N, Elementos de la Historia de las Matemáticas, Editorial Alianza S.A, Madrid, 1972.

Los árabes pertenecientes a la península arábica dieron el nombre a la nueva ciencia como: aljabr. Produciendo un mejoramiento de la vida de los habitantes de aquel pueblo en la primera mitad del siglo tres.

Tanto los matemáticos hindúes y árabes como: Aryabhata siglo quito y sexto, Bhaskara en el siglo doce, Al-Whwarismi siglo diecinueve, se dedicaron a la resolución de las ecuaciones de primer y segundo grado.

Antiguamente los sabios egipcios y los babilonios tuvieron una gran habilidad para resolver ecuaciones de primer y segundo grado, ecuaciones indeterminadas con varias incógnitas, con respecto a las ecuaciones cuadráticas se utilizó el procedimiento de hoy en día.

Diofanto (250 d. de C.) en su libro de aritmética matemática basada en conocimiento egipcio y babilónico, diferente al método griego, existe la resolución de ecuaciones lineales, ecuaciones de primer grado con varias incógnitas, resolución del problema indeterminado de segundo grado y mayor grado.

El segundo libro de los elementos de Euclides de Alejandría (325 a. C), encontramos transformaciones algebraicas de $a\ \ b+c$ ó $(a+b)^2$ por métodos geométricos. Que se emplean en la solución de la ecuación cuadrática en general por ejemplo: $x^2 = a\ \ a - x$.

M. Estifel con su obra Arithmetica integra (1544 d. de C), coloca coeficientes negativos para las ecuaciones, Ferro en año 1500 tiene la resolución algorítmica de la ecuación de tercer grado. Cardano en su Ars Magna de 1545 reduce ecuaciones cúbicas en su forma normal, investiga sobre las ecuaciones de tercer y cuarto grado con soluciones reales, Ferrari tiene un método para resolver ecuaciones de cuarto grado que está vinculado a los métodos de Diofanto. El canon (impreso en 1571/79 d. de C) respaldado por la trigonometría de Regiomontano, y las Tablas de Rhaeticus. En la Emendatio Aequationum (impresa en 1615) elimina fracciones y raíces, se sacan factores identificables, se soluciona la ecuación de cuarto grado siguiendo a Ferrari.

La notación algebraica fue perfeccionada por Viéte y Descartes, se parece a la que tenemos hoy. A mediados del siglo XVII y Finales del siglo XVIII, se da la aparición del cálculo infinitesimal, dejando a un lado al álgebra por un momento, a las leyes de composición o los números reales y complejos. Hasta que 1800 se representa en forma geométrica los números complejos, de forma que se aplique en la matemática pura la suma de vectores. El alemán Carl Graus trabaja con ecuaciones cuadráticas con coeficientes enteros.

A finales del siglo XIX en la escuela alemana pone interés en el estudio de la teoría de los números algebraicos, perteneciente a Gauss, luego también se centra la atención de estudio de las ecuaciones polinómicas a la organización de los sistemas matemáticos abstractos. Nos dirigimos a algunos personajes matemáticos que apoyaron a estos estudios como son los franceses Galois y Agustín Cauchy, el británico Cayley, etc.

El matemático y astrónomo irlandés Hamilton descubrió las cuaternas que difunden la aritmética de los números complejos para las cuaternas. Grassmann inicio a investigar los vectores.

El álgebra actual o moderna, conocida anteriormente como abstracta, ha tenido cierta evolución a través de los tiempos, y sus aplicaciones son útiles para otras ciencias, ya que han favorecido el desarrollo de los pueblos.

Hay una situación aún no resuelta cuando se hace la siguiente pregunta ¿porque los alumnos tienen dificultad en el aprendizaje del álgebra?, las respuestas que se dan son muchas como: los procesos empleados en cada contenido no son entendibles, la falta de motivación, ausencia de estrategias en la enseñanza, etc. Siempre se escuchó durante el tiempo de estudiante en secundaria por los pacillos de las aulas del colegio el comentar de los compañeros como: es una materia desagradable, difícil o aburrida para aprender.

Las conclusiones a la pregunta anterior son: que en el proceso de enseñanza-aprendizaje en muchos de los casos el maestro se olvida de la parte concreta, también como otro caso, el estudiante se ha vuelto independiente que se conforma con todo lo que dice o hace el maestro y no investiga por otra forma de solución de los problemas matemáticos.

2.1.8. LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Las matemáticas en un comienzo tuvieron un fin práctico y la adquisición del pensamiento se daba por la observación, sin proceder a la deducción. Hoy en día es necesario tener una mejor preparación ya que nos encontramos dentro de un sistema basado en la ciencia y tecnología, por lo tanto los maestros deben estar actualizando sus conocimientos en matemáticas para ofrecer una educación de calidad. Gálvez dice en educación, cualquier transformación de las normas vigentes pueden ser catalogadas como "innovación", aún cuando su único aval sea el prestigio social de quien los propone.

Si determinamos acerca del objetivo principal de la didáctica de las matemáticas, nos enfocamos en sus situaciones, o sea en las características individuales de la situación en cambios de comportamiento de los alumnos y sus conocimientos. Broussau hace un estudio experimental, en el cual se distingue cuatro tipos de situaciones y organiza de la siguiente manera:

- Situación de acción, en la que trata de la interacción entre alumnos y el medio físico, es decir que los alumnos organizan y toman decisiones para solucionar el problema.
- Situación de formulación, es cuando se comparte la información adecuando al lenguaje de la situación que van a comunicar.
- Situación de validación, se trata de convencer a los participantes que sus comentarios son verdaderos.
- Situaciones de institucionalización, con esto se quiere que un grupo de alumnos de la clase, adquieran el valor social dado.

"Una parte importante del análisis de una situación didáctica lo constituye la identificación de las variables didácticas y el estudio, tanto teórico como experimental, de sus efectos".[35]

[35] Parra .C, Saiz .I. (Copiladoras), Didáctica de las Matemáticas, Editorial Paidos, Buenos Aires, 1994.

Las exigencias de una buena preparación en matemáticas hoy en día es más y no es suficiente con saber algo, es necesario el adquirir suficientes conocimientos para tener un buen dominio de esta materia. La matemática es de apoyo para otras ciencias, como por ejemplo en los trabajos de estadística.

Las estructuras de las matemáticas por medio de axiomas y con un lenguaje formalizado es fácil entender. El lenguaje formalizado es con pocas palabras y pocas reglas, elaborado a base de símbolos dentro de una lógica, también se toma en cuenta a los axiomas de donde se derivan los teoremas.

2.1.8.1. LA AXIOMATIZACIÓN Y FORMALIZACIÓN

Es una forma de poder expresar sus conceptos y exponer sus verdades de manera axiomática y formalizada. La lógica moderna es la teoría formal de la ciencia, que estudia las formas lógicas del pensamiento científico, definiciones, axiomas y teoremas, además podemos decir que entre la lógica y la matemática no hay diferencia.

La forma axiomática es la base del conocimiento lógico matemático. Las expresiones y proposiciones son los juicios o las relaciones conceptuales, tenemos tres clases de proposiciones como son: axiomas, definiciones y teoremas.

El axioma es una expresión que no se demuestra. Las definiciones explican el axioma por una palabra igual. Teorema es una proposición que no se da a entender con reglas de deducción. Por lo tanto, los axiomas se pueden darse a conocer un lenguaje natural correcto, utilizando signos y donde los símbolos y signos no tienen valor específico sino general.

Dentro del lenguaje sintáctico los signos evitan la confusión en dos niveles de expresión igual, por ejemplo: entre el lenguaje objetivo y meta-lenguaje, podemos decir que la afirmación de falso o verdadero solamente corresponde la proposición y no la mención directa de una proposición que se diría correcto ni incorrecto.[36]

2.1.8.2. DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA

El álgebra es y ha sido enseñada durante mucho tiempo a los estudiantes por maestros en el aula de clases, de alguna manera buscando formas tal vez más fáciles de hacerse entender y corregir errores que se dan a la hora de resolver las expresiones algebraicas, para lo cual tomaremos algunos aspectos que estudiaremos a continuación.

2.1.8.2.1. LA NOTACIÓN LITERAL Y LOS ERRORES EN EL CÁLCULO

Podemos decir que el álgebra es una continuación de la aritmética que separa de la operación con los números al cálculo literal del álgebra.

En la enseñanza de esta materia se debe tener en cuenta que no se distancien estas dos disciplinas, donde el alumno asigne la idea de los símbolos del álgebra, no olvidándose de las propiedades de la aritmética, y resuelvan ejercicios que simbolicen las cantidades numéricas.

Los errores se pueden darse en la resolución numérica, es por no utilizar correctamente las propiedades, siendo así difícil el pasar al cálculo simbólico. Las fallas dadas en el cálculo literal antes de tiempo y la automatización en la utilización de reglas, según Duham afirma que son de tres tipos:

1. Mal uso de la propiedad distributiva y el mal empleo de paréntesis, ejemplo: $a\ a+b\ =\ a.b+c, -\ a+b\ = -a+b, a\ bc\ =\ ab\ \ ac$.

[36]Enciclopedia Técnica de Educación, Editorial Santillana S.A., Madrid, 1981.

2. La utilización innecesaria del elemento neutro como: $a/a = 0, 0.2a - a = 1, a/a = 0$, etc.

3. Aplicación de las propiedades de unas operaciones a otras.
Ejemplo: $a + a = a^2,\ (a + b)/(a + c) = b/c,\ (a + b)^2 = a^2 + b^2$, etc.
Se pueden evitar todas estas equivocaciones cuando tengamos bien en claro las propiedades al momento de aplicarlas en la resolución de ejercicios con números, facilitándose cuando tengamos que hacer las operaciones del álgebra.[37]

2.1.8.3. ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA A TRAVÉS DE LA HISTORIA

2.1.8.3.1. CÁLCULO CON POLINOMIOS

Los escritos antiguos de los babilonios y egipcios nos indican que tuvieron un sistema completo de reglas de cálculo para los enteros naturales, números racionales, longitudes y áreas. Los textos babilónicos contienen problemas con datos de valores numéricos completos.
Para sumar dos o más expresiones algebraicas escribimos una a continuación de otras con sus propios signos, es decir estos pueden ser negativos o positivos, y se reducen términos iguales.

2.1.8.3.1.1. LOS GRIEGOS

2.1.8.3.1.1.1. EUCLIDES DE ALEJANDRÍA

El segundo libro de Euclides de Alejandría tiene transformaciones algebraicas como el cálculo de $a(b + c + d)$ ó $(a + b)^2$, con la utilización de métodos geométricos.

[37]Dunham W, Universo de las Matemáticas, Madrid, Ediciones Pirámide, S.A., 1995, 1996.

2.1.8.3.1.1.1.1. PROPOSICIÓN I

Si de dos rectas una se divide en cualquier número de partes iguales; el rectángulo comprendido por los dos será igual a los rectángulos obtenidos por la entera, y por los segmentos de la otra.[38]

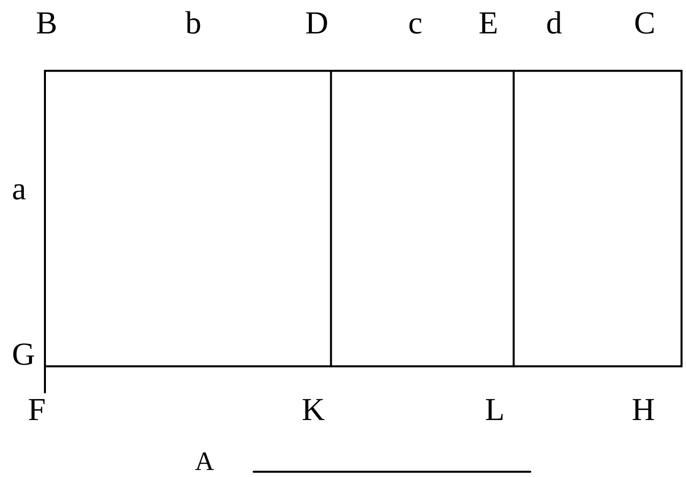


FIGURA 2. 7 PROPOSICIÓN I DE EUCLIDES

Fuente: Roberto Simson, (1774), Los Seis Primeros Libros y el Undécimo, y Duodécimo de los Elementos de Euclides, Impreso por la Cámara S.M, Madrid.

De manera que Euclides demostró la propiedad distributiva de la multiplicación de una expresión algebraica con la ayuda de esta figura geométrica cómo es:

$a \; b+c+d \; = ab+ac+ad$

Hoy en día conocemos como la multiplicación de un monomio por un polinomio con el empleo de la propiedad distributiva, además estamos tratando con el primer caso de factorización se lo llama factor común.

[38]Simson R, Los Seis Primeros Libros y el Undécimo, y Duodécimo de los Elementos de Euclides, Impreso por la cámara S.M, Madrid, 1774.

2.1.8.3.1.1.1.2. PROPOSICIÓN III

Si una recta se divide en un punto cualquiera; el rectángulo contenido por toda ella, y por uno de sus segmentos será igual al cuadrado de este segmento, y al rectángulo contenido por ambos segmentos.[39]

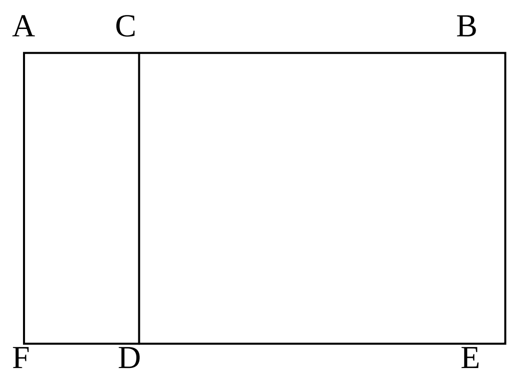


FIGURA 2. 8 PROPOSICIÓN III DE EUCLIDES

Fuente: Roberto Simson, (1774), Los Seis Primeros Libros y el Undécimo, y Duodécimo de los Elementos de Euclides, Impreso por la Cámara S.M, Madrid.

Con esta representación geométrica Euclides pudo demostrar la propiedad distributiva de la multiplicación de un polinomio por un monomio de una expresión algebraica como: $a(a+b) = a^2 + ab$

2.1.8.3.1.1.1.3. PROPOSICIÓN IV

Si se divide una recta en cualquier punto; el cuadrado de toda la recta será igual a los cuadrados de sus partes, y al duplo del rectángulo contenido por ellas.

Al explicar esta preposición diremos que al dividir la recta AB en cualquier punto C, que será igual a los cuadrados AC, CB y dos veces el rectángulo contenido por los

[39]Simson R, Los Seis Primeros Libros y el Undécimo, y Duodécimo de los Elementos de Euclides, Impreso por la cámara S.M, Madrid, 1774.

segmentos AC, BC. Se forma el cuadrado a partir de AB como es ADEB, trazamos una diagonal BD, en el puto C trazamos el segmento CF que es paralela a la dos rectas AD, BE y por el punto G trazamos el segmento HK paralela a las dos rectas AB, DE.[40]

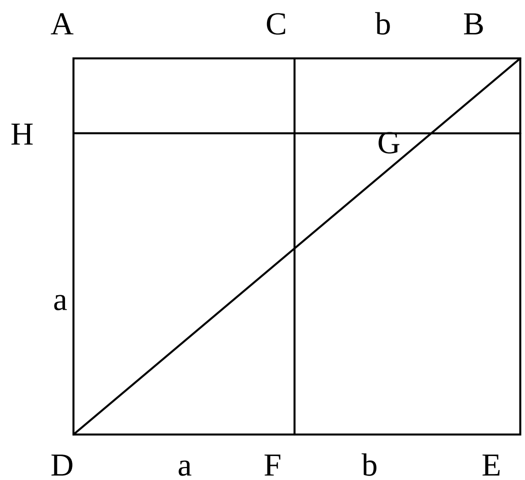


FIGURA 2. 9 PROPOSICIÓN IV DE EUCLIDES

Fuente: Roberto Simson, (1774), Los seis Primeros Libros y el Undécimo, y Duodécimo de los Elementos de Euclides, Impreso por la Cámara S.M, Madrid.

A partir de este ejercicio geométrico obtenemos esta expresión algebraica cómo es: $a+b\ a+\ a+b\ b=\ a+b\ ^2$, como también $a+b\ ^2=\mathrm{a}^2+2\mathrm{ab}+\mathrm{b}^2$, de este modo consiguiendo el cuadrado de un binomio.

2.1.8.3.1.2. LA ESCUELA PITAGÓRICA

Las escuelas pitagóricas se involucraron en las matemáticas, para dar solución a los problemas algebraicos, partiendo de interesantes procedimientos geométricos, de manera esas dos ramas tenían una relación estrecha, es así como se guiaban por las proporciones, el cálculo de áreas y volúmenes.[41]

[40]Simson R, Los Seis Primeros Libros y el Undécimo, y Duodécimo de los Elementos de Euclides, Impreso por la cámara S.M, Madrid, 1774.
[41]Davidson J, Ecuaciones y Matemáticas, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008.

Ejemplos:

$a(b+c)$

a	ab	ac
	b	c

$a \;\; b+c+d \;\; = \; ab+ac+ad$

a	ab	ac	ad
	b	c	d

$a+b \quad c+d \;\; = ac+ad+bc+bd$

d	ab	bd
c	ac	bc
	a	b

En los tres ejemplos anteriores de multiplicación de polinomios, se emplean formas prácticas como son los elementos geométricos, donde se descubre la propiedad distributiva, y también se utiliza el sentido de la visión, de manera que se pueda mejorar el aprendizaje del alumno.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

b	ab	a^2
a	a^2	ab
	a	b

En este ejercicio se observa claramente que el cuadrado de un binomio se origina del área del cuadrado, es decir $(a+b)(a+b)=(a+b)^2$, que de manera práctica y fácil consigue solucionar el problema.

$a+b \quad a-b \quad = a^2 - b^2$

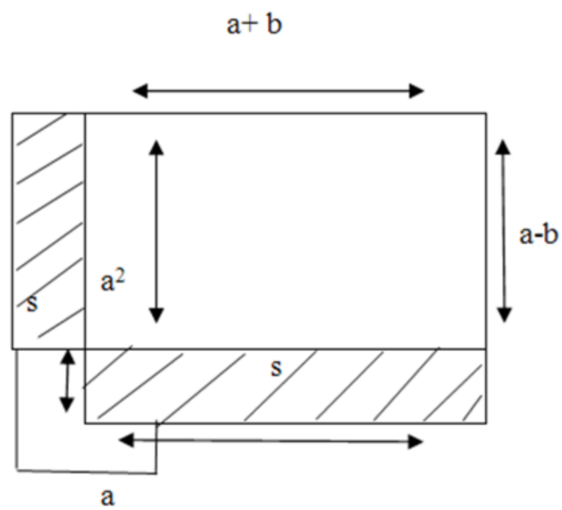


FIGURA 2. 10 CUADRADO DE UN BINOMIO DE LA ESCUELA PITAGÓRICA

Fuente: Luis Davidson, (2008), Ecuaciones y Matemáticos, Editorial Pueblo y Educación, Habana-Cuba.

De esta representación geométrica se ha obtenido la expresión algebraica conocida como la diferencia de cuadrados que se obtiene del producto de $a+b$ y $a-b$, siendo parte de lo que hoy día llamamos factorización.

2.1.8.3.2. RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

Las ecuaciones tienen un espacio importante en las culturas babilónicas y egipcias, es uno de sus primeros conocimientos, y fueron empleados en la resolución de algunos problemas algebraicos. Los babilonios en el año 3000 - 600 a.C, tenían un cálculo numérico avanzado, además resolvían ciertas ecuaciones de primer y segundo grado.

2.1.8.3.3. ECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO

2.1.8.3.3.1. EL PAPIRO DE AHMÉS

Los egipcios con menos conocimientos sobre las ecuaciones y álgebra, resuelven las ecuaciones de primer y segundo grado, como evidencia tenemos el papiro de Rind encontrado por H. Rind en 1858, también conocido como el papiro de Ahmes escrito por este personaje que copió en 1650 a. C.

El problema 64 del papiro de Ahmes dice así:

Dividir 10 hekats de cebada entre 10 hombres de manera que la diferencia común entre ellos es 1/8 de un hekats de cebada

Vamos a resolver este problema utilizando conocimientos de álgebra actuales: remplazaremos con la variable x como el número de hekats para el primer hombre, para el segundo x+(1/8), segundo x+(2/8), así hasta llegar a la parte del décimo hombre, para lo cual desconocemos la cantidad que debe recibir cada uno.

$$x + \ x+\frac{1}{8} \ + \ x+\frac{2}{8} \ + \ x+\frac{3}{8} \ + \ x+\frac{4}{8} \ + \ x+\frac{5}{8} \ + \ x+\frac{6}{8} \ + \ x+\frac{7}{8}$$
$$+ \ x+\frac{8}{8} \ + \ x+\frac{9}{8} \ = 10$$

$$= 10x + \frac{45}{8} = 10$$

$$x = \frac{1}{10} \ 10 - \frac{45}{8} \ = \frac{7}{16} \ hekats\ de\ cebada$$

$$x = \frac{7}{16} \ hekats\ para\ el\ primer\ hombre$$

$$\frac{7}{16} + \frac{1}{8} = \frac{9}{16} \ hekats\ para\ el\ segundo\ hombre$$

$$\frac{9}{16}+\frac{1}{8}=\frac{11}{16}hekats\ (3^{er}\ h)$$

$$\frac{11}{16}+\frac{1}{8}=\frac{13}{16}hekats\ (4^{to}\ h)$$

$$\frac{13}{16}+\frac{1}{8}=\frac{15}{16}hekats\ \ 5^{to}\ h$$

$$\frac{15}{16}+\frac{1}{8}=\frac{17}{16}hekats\ \ 6^{to}\ h$$

$$\frac{17}{16}+\frac{1}{8}=\frac{19}{16}hekats\ \ 7^{mo}\ h$$

$$\frac{19}{16}+\frac{1}{8}=\frac{21}{16}hekats\ \ 8^{vo}\ h$$

$$\frac{21}{16}+\frac{1}{8}=\frac{23}{16}hekats\ \ 9^{no}\ h$$

$$\frac{23}{16}+\frac{1}{8}=\frac{25}{16}hekats\ \ 10^{mo}\ h$$

Los egipcios no conocían la parte simbólica del álgebra. Ahmes da una solución correcta que la primera persona debía recibir 1/4+1/8+1/16 hekats de cebada. Sumado los tres términos nos da 7/16.[42]

Resolvamos otros problemas de ecuaciones con números fraccionarias del papiro de Rind, con la simbología de hoy, con el método de la falsa posición, empleado por Ahmés.

[42]Dunham W, Universo de las Matemáticas, Madrid, Ediciones Pirámide, S.A., 1995, 1996.

24. Una cantidad y su séptima parte suman 24 ¿Cuál es la cantidad?

$x + \frac{x}{7} = 24$

$x^1 = 7$

$7 + 1 = 8$

$24 \div 8 = 3$

$x = 3x^1$

$x = 3 \times 7 = 21$

32. Hallar el número que si le sumamos su tercera parte y su cuarta parte esto resulta igual a 2.

$x + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 2$

$x^1 = 12$

$12 + 3 + 4$

$2 \div 19 = \frac{2}{19}$

$x = \frac{2}{19}x^1$

$x = \frac{24}{19}$

Resultado por el procedimiento por regula falsi o falsa posición. Siguiendo las enseñanzas de los egipcios, la fracción tiene una parte entera y con la suma de sus fracciones unitarias como: 24/19=1+5/19.[43]

2.1.8.3.3.2. EL PAPIRO DE KAHUM

Se encuentra en el museo británico de Londres, fue redactado en el año 1950 a.n.e., tiene fracciones con un numerador parecido a la unidad.

[43] Davidson J, Ecuaciones y Matemáticas, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008.

Ejemplo:

La fracción 2/15 se representaba como 1/10+1/30.

Usaban las formulas como:

$$\frac{2}{3k} = \frac{1}{2k} + \frac{1}{6k}$$

La otra:

$$\frac{2}{pq} = \frac{1}{pr} + \frac{1}{qr}, donde\ r = \frac{1}{2}\ \ p + q$$

La ecuación que escribiremos a continuación, de acuerdo con las instrucciones anteriores, con la notación que hoy en día tenemos quedaría:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{28} + \frac{1}{x} = 1$$

$$28 + 28 + 21 + 21 + 3 + 84x = 84$$

$$84x = 84 - 28 - 28 - 21 - 3$$

$$84x = 4$$

$$\frac{84}{4} = x$$

$$x = 21$$

De manera que se resuelve la ecuación empleando el proceso conocido como: eliminando los denominadores, luego se separan los números de los que tienen las incógnitas, sumado y restando, finalmente buscamos la única variable x con la división.[44]

[44] Davidson J, Ecuaciones y Matemáticas, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008.

2.1.8.3.3.3. MESOPOTAMIA. ECUACIONES Y TABLETAS DE ARCILLA

Muchas de las tablas encontradas en Mesopotamia, tienen conocimientos matemáticos de la cultura sumero-babilónica, con ecuaciones y procedimientos de solución.
Las tablas de barro hoy encontradas se encuentran en el museo del Louvre en París, el museo británico de Londres y las universidades norteamericanas de Yale, Pennsylvania y Columbia.

En el año 1930 del siglo XX por los matemáticos Otto Neugebauer y F. Thuereau. Descubren la numeración sumeria, tienen dos símbolos, una cuña vertical hacia abajo es la unidad que se podía repetir hasta nueve veces y una cuña horizontal hacia la izquierda para el número 10.
Por su base sexagesimal, para representar las ecuaciones, se podía reducir el denominador 60, en una forma fácil, debido a que el 60 tiene 10 divisores exactos.

Ejemplos:

$$\frac{1}{2} = \frac{30}{60}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{20}{60}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{15}{60}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{12}{60}$$

Si no se podía escribir de la forma anterior, entonces se recurrían a fracciones irregulares como: 1/7, idénticas a las nuestras, con una forma decimal.

Ejemplos:

$$\frac{60}{7} = 8\frac{4}{7}$$

$4 \times 60 \div 7 = 34\frac{2}{7}$

$2 \times 60 \div 7 = 17\frac{1}{7}$

1. La tableta de la universidad de Yale tiene un problema que dice así:

Encontré una piedra y le añadí otra que era 1/7 del tamaño de la primera y ya juntas encontré una tercera con 1/11 del tamaño de las dos anteriores unidas. Si el peso total fue de 50 shequels, ¿Cuánto pesaba la primera?

Resolveremos utilizando los símbolos actuales:

$$x + \frac{x}{7} \quad + \frac{1}{11} \quad x + \frac{x}{7} \quad = 60$$

$$x + \frac{x}{7} + \frac{1x}{11} + \frac{1x}{77} = 60$$

$$77x + 11x + 7x + x = 4620$$

$$96x = 4620$$

$$x = \frac{4620}{96}$$

$$x = 48\frac{1}{4}$$

Y puede ser x = 48.25

2. El siguiente problema resuelto por el escriba, son las ecuaciones de primer grado con un resultado exacto.

Si tienen dos anillos de plata; un séptimo del primer anillo y un onceavo del segundo están rotos y ambos pedazos juntos pesan 1 shequel. Si el primer anillo disminuye su peso en su séptima parte pesará como el segundo anillo disminuido en una onceava parte, ¿Cuál es el peso inicial de cada anillo?

$$\frac{x}{7}+\frac{y}{11}=1, \qquad \frac{6}{x}=\frac{10y}{11}$$

$$\mathrm{x}=7\ \ \frac{11}{18}+\frac{1}{72}\ \ , \quad y=11\ \ \frac{7}{18}-\frac{1}{72}$$

$$\mathrm{x}=4\frac{3}{8}, \qquad \mathrm{y}=4\frac{1}{8}$$

Hay una coincidencia con este procedimiento:

$$\begin{array}{r} 11x+7y=7 \\ 66x-70y=0 \end{array}$$

3. En el tiempo de los sumerios es impresionante ya se conoce la fórmula con la que resolvemos las ecuaciones de segundo grado. Tenemos el planteamiento y la solución del siguiente problema:

Si el área del cuadrado le adiciono dos tercios de la longitud de su lado, la suma es 0; 35, ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

$$x^2+\ \frac{2}{3}\ x=0;35$$

De modo que la base es sexagesimal.

$$x^2+\ \frac{2}{3}\ x=\frac{35}{60}$$

Se representa el ejercicio anterior por la fórmula del algoritmo. Usando el sistema sexagesimal:

- El coeficiente de x es uno.
- Los dos tercios de uno son 40/60=0; 40.
- La mitad de 40 es 0; 20.
- Se multiplica por sí mismo:

$$\frac{40}{60}^{\,2}=0;60$$

- Sumamos 0; 35 es igual a 0; 41, con una raíz cuadrada de 0; 50 y tendremos 0; 30 que es la longitud del cuadrado.

$$x = \sqrt{\left(\frac{40}{60} \div 2\right)^2 - \frac{35}{60}} - \left(\frac{40}{60} \div 2\right)$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{7}{12}} - \frac{1}{3}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{7}{12}} - \frac{1}{3}$$

La notación sexagesimal es 0; 3. Su fórmula la indicamos a continuación: [45]

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q}$$

2.1.8.3.3.4. DIOFANTO DE ALEJANDRÍA

En la época de la edad griega cuando pocos maestros se dedicaban al estudio del álgebra, tenían mejor preferencia por la geometría. Es el momento cuando Diofanto resuelve problemas con sus propios símbolos, las ecuaciones que hoy conocemos como indiferenciadas.

"Diofanto declara en el libro primero cuales son los símbolos y reglas con las que va ha representar y resolver las ecuaciones".[46]

En su aritmética, se encuentran problemas de ecuaciones lineales y cuadráticas. Hoy en día conocidas como ecuaciones diofánticas.

Estudiaremos algunos problemas:

[45]Davidson J, Ecuaciones y Matemáticas, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008.
[46]Davidson J, Ecuaciones y Matemáticas, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008.

2.1.8.3.3.4.1. LIBRO I, PROBLEMA 1

Encontramos dos números, cuya suma y diferencia son conocidas.

Proceso:

- Es x el menor de los números, y $x + d$ el mayor, d es la diferencia conocida, y s la suma.
- Sumando a ambas ecuaciones.
- Damos solución a la ecuación obtenida.
- Buscamos los dos números pedidos por el problema.

$$(x + d) + x = s$$
$$x + d \quad - x = d$$

$$2x + 2d = s + d, x = \frac{s - d}{2},$$

$$x + d \quad = \frac{s + d}{2}$$

El menor es:

$$\frac{s - d}{2}$$

Y el mayor:

$$\frac{s + d}{2}$$

2.1.8.3.3.4.2. LIBRO I, PROBLEMA 17

Hallar cuatro números tales que de cada arreglo de tres de ellos la suma puede ser 20; 22; 24 ó 27.

Proceso:

- Con x sumamos los cuatro números.
- Los tres números suman 20

- Sumamos con el cuarto número.
- Todos suman x.
- Se sustituye $x - 20 \; de \; x - 27$.
- Buscamos el valor de la variable.

$x - 20 \;,\; x - 22 \;,\; x - 24 \;,\; x - 27$

$x - 20 \; + \; x - 22 \; + \; x - 24 \; = 20$

$x - 20 \; + \; x - 22 \; + \; x - 24 \; = 20 + \; x - 27$

$x = 20 + \; x - 27$

$x - 20 = x - 27$

$x - 20 \; + \; x - 22 \; + \; x - 24 \; + \; x - 27 \; = 20 + (x - 20)$

$4x - 93 = x$

$3x = 93$

$x = \frac{93}{3}$

$x = 31$

Los números hallados son: 4, 7, 9 y 11.[47]

2.1.8.3.3.4.3. LIBRO II, PROBLEMA 20

Encontrar dos números tales que el cuadrado de cada uno suma al otro, también es un cuadrado.

Proceso:

- Las ecuaciones por dos números x y (2x+1).
- El binomio del cuadrado perfecto de la primera, se desarrolla en la segunda ecuación.
- Factoramos el binomio.
- Vemos si se dan las condiciones del problema, con los dos números. De manera que el valor de x lo sustituimos en (2x+1).

[4747]Davidson J, Ecuaciones y Matemáticas, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008.

$x^2 + \ \ 2x + 1 \ \ = a^2$

$(2x + 1)^2 + x = b^2$

$b^2 = 4x^2 + 5x + 1$

$4x^2 + 5x + 1 = (2x - 2)^2 = 4x^2 - 8x + 4$

$5x + 1 = -8x + 4$

$13x = 3$

$x = \frac{3}{13}$

$2x + 1 \ \ = \frac{19}{13}$

$\frac{3}{13}^{\ 2} = \frac{19}{13} + \frac{9 + 247}{13^2} + \ \frac{16}{13}^{\ 2}$

$\frac{19}{13}^{\ 2} + \frac{3}{13} = \frac{361 + 39}{13^2} = \ \frac{20}{13}^{\ 2}$ [48]

Las ecuaciones lineales con dos incógnitas de Diofanto, tenían un proceso puramente algebraico. Donde se buscan las soluciones con los números enteros (1, 2, 3…) para las incógnitas x, y.

Proceso:

- Se traslada el segundo término de la izquierda al lado derecho que pasa con signo cambiado.
- Obtener un número que sea divisible para ambos términos.
- El término divisible o común será el valor a la variable x.
- Con los términos existentes buscaremos la variable y.
- Los resultados para x, y deben ser números enteros.

Ejemplo:

$29x + 4 = 8y$

$29x = 8y - 4$

[48]Davidson J, Ecuaciones y Matemáticas, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008.

$29x = 4\ \ 2y - 1$

$2y - 1 = 29, \qquad x = 4$

$2y - 1 = 29$

$2y = 29 + 1$

$y = \frac{30}{2}$

$y = 15$

$x = 4$

$y = 15$

Los términos de la izquierda $2y - 1$ deben ser divisibles para el número de la derecha. En si en todo el proceso es necesario que existan términos divisibles para obtener resultados de números enteros.

2.1.8.3.3.5. EL ENIGMA DE LA EDAD DE DIOFANTO

El epitafio en la tumba de Diofanto da lugar a una ecuación que dice:

‹‹ ¡Caminante! Aquí yacen los restos de Diofanto. Los números pueden mostrar, ¡oh maravilla!, la duración de su vida, cuya sexta parte constituyó la hermosa infancia. Había transcurrido además una duodécima parte de su vida cuando se cubrió de vello su barba y se casó. A partir de ahí, la séptima parte de su existencia transcurrido en un matrimonio estéril. Paso además un quinquenio, y entonces le hiso el nacimiento de su hijo primogénito. Este entrego su cuerpo y su hermosa existencia a la tierra, habiendo vivido la mitad de lo que su padre llegó a vivir. Por su parte Diofanto descendió a la sepultura con profunda pena, habiendo sobrevivido cuatro años a su hijo. Dime, caminante, cuantos años vivió Diofanto hasta que llegó la muerte››.

La resolución de la ecuación es la siguiente:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

$$14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336 = 84x$$
$$75x + 756 = 84x$$
$$-9x = -756$$
$$x = \frac{756}{9}$$
$$x = 84$$

La respuesta a este enigma es: Diofanto vivió 84 años y murió.[49]

2.1.8.3.3.4.6. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO DE LUCA PACIOLI

En el renacimiento se da un importante progreso científico, y con la evolución del álgebra, en la resolución de ecuaciones. Luca Pacioli, a finales del siglo XV, investiga las ecuaciones de segundo grado completas. De la forma: $x^2 + ax = b,\ x^2 + b = ax,$ $x^2 = ax + b$.

Se puede decir que estas ecuaciones obtuvo de una sus obras la sección áurea o divina proporción de Luca Pacioli, conocida también como: el número áureo de Fibonacci, la sección áurea de Euclides, número de oro de Pitágoras, o el número pi más conocido hoy en día, etc.

Pacioli toma del libro VI, proposición treinta y la definición tres, de los elementos de Euclides representada en forma geométrica, para conseguir el número de oro.

"Se dice, que una linea está divida en extrema, y media razón, cuando toda la linea es a su segmento mayor, como este al menor".[50]

Explicando la definición, el segmento AC está dividida en dos partes iguales de manera que la parte mayor con el segmento menor es igual a la unión de todo el segmento con la parte mayor.

---

[49] Dunham W, Universo de las Matemáticas, Madrid, Ediciones Pirámide, S.A., 1995, 1996.

[50] Simson R, Los Seis Primeros Libros y el Undécimo, y Duodécimo de los Elementos de Euclides, Impreso por la cámara S.M, Madrid, 1774.

FIGURA 2. 11 PROPOSICIÓN TREINTA Y DEFINICIÓN TRES DEL LIBRO VI DE LUCA PACIOLI

Fuente: Garcia Juan, (2001), Las Matemáticas en Luca Pacioli, Fundación Canaria Orotova de la Historia de la Ciencia, las Palmas de Gran Canaria.

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{a}$$

$$c = a + b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$

$$a = x, \qquad b = 1$$

$$\frac{x}{1} = \frac{x+1}{x}$$

$$x^2 = x + 1 \text{ ó } x^2 - x - 1 = 0$$

Teniendo como resultado, una ecuación de segundo grado de la forma $x^2 = ax + b$ en x, con dos raíces: positiva y negativa. Las soluciones son: el producto es -1 y la suma es 1, y estás son las raíces de la ecuación.

$$\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad ; \qquad \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

La respuesta a esta operación es 1,618033… que la Divina Proporción.

Al representar la preposición, para dividir el segmento de línea se emplea un proceso simétrico.

“Un segmento AB, se sitúa sobre BF, perpendicular a AB, un segmento BD=AB/2, y se une A con D. Con un compás, tomando como centro D, se obtiene DE=DB. Después tomando como centro A, se traza el arco del círculo EC, siendo C el punto buscado”.[51]

[51]Bonell C, la Divina Proporción las Formas Geométricas, Ediciones UPC, Barcelona-España, 1999.

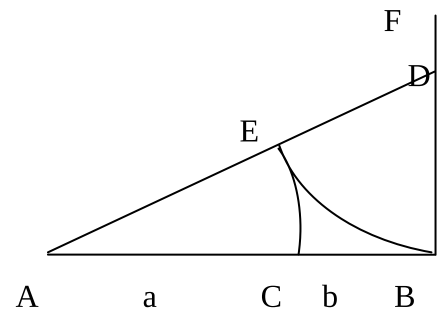


FIGURA 2. 12 LA DIVINA PROPORCIÓN LAS FORMAS GEOMÉTRICAS

Fuente: Bonell C, (1999), la Divina Proporción las Formas Geométricas, Ediciones UPC, Barcelona-España.

Ahora utilizaremos un procedimiento similar a la solución de las ecuación de segundo grado de Luca Pacioli, en esta ocasión se aplicará completando el cuadrado.

Ejemplo:

$x^2 + 2x - 8 = 0$

$x^2 + 2x + (1)^2 = 8 + (1)^2$

$x^2 + 2x + 1 = 9$

$(x + 1)^2 = 9$

$\sqrt{(x + 1)^2} = \sqrt{9}$

$x + 1 = 3$

$x = -1 + 3$

$x_1 = 2$

$x + 1 = -3$

$x = -1 - 3$

$x_2 = -4$

2.1.8.3.3.4.7. EUCLIDES DE ALEJANDRÍA

La obra más importante de Euclides es la de los “Elementos”, esta compuesta por trece libros, encontramos los temas como de geometría, aritmética y de álgebra geométrica.

Los tres primeros libros corresponden a la geometría y el segundo es de álgebra geométrica.

2.1.8.3.3.4.7.1. LIBRO II, PROPOSICIÓN 5

Construya un rectángulo AB y luego busque el rectángulo AQ, cuya área sea b^2. Para hallar el punto Q se busca X y Y, de manera que x + y=ay, x.y=b^2.

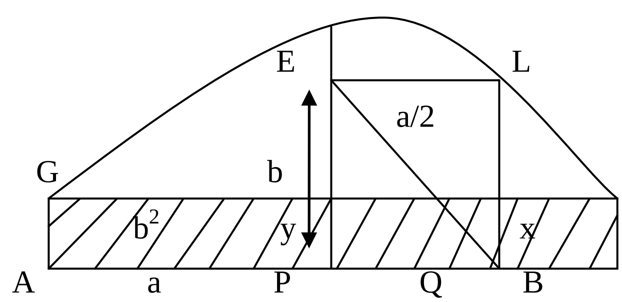


FIGURA 2. 13 LIBRO II, PROPOSICIÓN 5 DE EUCLIDES

Fuente: Luis Davidson, (2008), Ecuaciones y Matemáticos, Editorial Pueblo y Educación, Habana-Cuba.

Tomamos P el punto medio de entre AB, si trazamos perpendiculares entre PE=b, luego desde el punto E como centro se corta en el radio a/2 del segmento AB, de modo que el segmento hallado BQ=x (1) que es la raíz, de manera que AQ=y=a-x (2), y AQ.BQ=FE^2; se sustituye en 1 y 2, es igual a:

$x \ a-x \ = b^2$

$ax - x^2 = b^2$

$x^2 - ax + b^2 = 0$

La ecuación general de la forma $x^2 - ax + b^2 = 0$ es el resultado de todo el proceso anterior basado en la geometría de Euclides, ahora vamos a descubrir la fórmula para solucionar las ecuaciones de segundo grado.[52]

$$x^2 + ax + b^2 = 0$$

$$x^2 + ax + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \mathrm{b}^2$$

$$x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \mathrm{b}^2$$

$$x + \frac{a}{2} = \pm\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \mathrm{b}^2}$$

$$x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \mathrm{b}}$$

Ejemplo:

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$a = -3 \qquad b = 2$$

$$x = -\frac{-3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2}$$

$$x = \frac{3}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$$x_1 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 1$$

[52] Davidson J, Ecuaciones y Matemáticas, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008.

Fue necesario reemplazar el signo negativo por positivo del segundo término de la ecuación general, de esta forma se encontró una fórmula que sirva para solucionar todas las ecuaciones de segundo grado con una incógnita.

2.1.8.3.3.4.8. AL KHOWARIZMI

Este interesante personaje pertenece al pueblo islámico de los años 800 a 847 después de nuestra era, escribió muchos libros, entre ellos una aritmética y el álgebra. La aritmética conocida como "Algoritmi de Números Indorum" y el álgebra "Hisab Al Jabar Wa Al Mugabala", de manera que el significado de las palabras árabes Al Jabar y Mugabala, es romper y reducir.

En su obra el Al Jabar contiene cuarenta problemas relacionados con ecuaciones de primer y segundo grado, los tres primeros capítulos se refieren a las ecuaciones incompletas de cuarto al sexto grado, y se encuentran las ecuaciones de segundo grado.

La solución que da, este maestro para las ecuaciones de segundo grado con una incógnita de $x^2 + 10x - 39 = 0$, es empleado elementos geométricos, de esta forma se facilitar su comprensión.

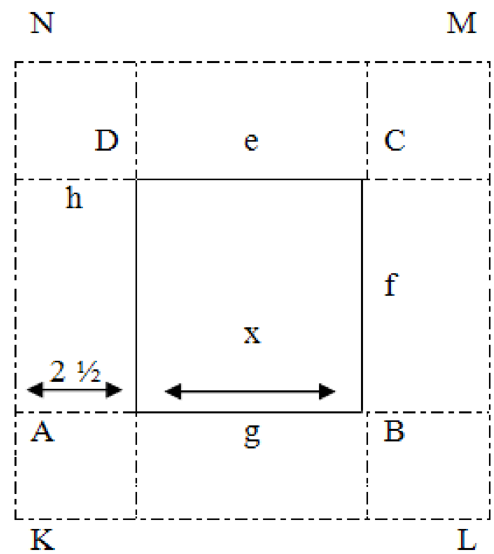


FIGURA 2. 14 ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO DE AL KHOWARIZMI

Fuente: Luis Davidson, (2008), Ecuaciones y Matemáticos, Editorial Pueblo y Educación, Habana-Cuba.

Construye un cuadrado ABCD del lado x, a este se le añaden los rectángulos e, f, g, h que tienen 2 ½ de en un lado. Del cuadrado KLMN tiene cuadrados de 2 ½ unidades de lado en las esquinas.

Las aéreas de la figura son:

$ABCD = x^2$ (1)

$e + f + g + h = 4\ 2½\ x = 10x$ (2)

Área de cuatro cuadraditos = $4(2½)^2 = 4.6\frac{1}{2} = 256$ (3)

Se sustituye (1) en (2)

$ABCD + (e + f + g + h) = 39$

Área del cuadrado $KLMN = ABCD + (e + f + g + h) = 39 + 25 = 64$

Un lado de $KLMN = \sqrt{64} = 8$

$x = AB = KL - 2\ 2\frac{1}{2} = 8 - 5 = 3$

$x = 8 - 5 = 3$

$x = 3$

Veamos el procedimiento en forma algebraica sumando las esquinas del cuadrado.

$$4 \quad 2\frac{1}{2}^{\,2} = \frac{10}{2}^{\,2}$$

$$\mathrm{x} + \frac{10}{2}^{\,2}$$, es el lado KLMN

$$\mathrm{x} = \frac{10}{2}^{\,2} = \mathrm{x}^2 + 10\mathrm{x} + 4 \quad \frac{10}{2}^{\,2} = 39 + 25 = 64$$

$x = 8 - 5 = 3$

Ahora representaremos este procedimiento en una fórmula de la ecuación general $x^2 + px + q = 0$, sumándole $\frac{p}{2}^{\,2}$, aquí le hemos cambiado de signo negativo por positivo al término de la izquierda para obtener una fórmula general.[53]

$$x^2 + px + 4 \quad \frac{p}{2}^{\,2} = -\mathrm{q} + 4 \quad \frac{p}{2}^{\,2}$$

$$\mathrm{x} + \frac{p}{2}^{\,2} = -\mathrm{q} + \frac{p}{2}^{\,2}$$

$$\mathrm{x} + \frac{p}{2} = \pm\sqrt{-q + \frac{p}{2}^{\,2}}$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{-q + \frac{p}{2}^{\,2}}$$

Daremos ahora la solución a la ecuación anterior:

$x^2 + 10x - 39 = 0$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{-q + \frac{p}{2}^{\,2}}$$

$p = 10 \qquad q = -39$

[53] Davidson J, Ecuaciones y Matemáticas, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2008.

$$x = -\frac{10}{2} \pm \sqrt{-(-39) + \left(\frac{10}{2}\right)^2}$$

$$x = -5 \pm \sqrt{39 + 25}$$

$$x_1 = -5 + 8 = 3$$

$$x_2 = -5 - 8 = -13$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -13$$

2.2. EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Todas las personas desde el comienzo de la vida aprendemos algo, para relacionarnos mejor con el medio físico y social, respondiendo a las necesidades biológicas, psicológicas y sociales.

Podemos definirlo al aprendizaje como la búsqueda de una capacidad, una habilidad, una actitud o destreza. La capacidad o habilidad es la agrupación de destrezas necesarias para hacer una determinada tarea.

2.2.1. ACTIVIDADES MENTALES DEL APRENDIZAJE

De acuerdo a M. Brown las actividades mentales en el proceso de aprendizaje de las matemáticas son cuatro: retención y memorización, empleo de algoritmos, aprendizaje de conceptos y resolución de problemas.

2.2.1.1. RETENCIÓN Y MEMORIZACIÓN

La memorización es la capacidad que tenemos las personas para guardar una información igual o diferente, sea esta matemática o de otra materia. Memorizamos símbolos, fórmulas, palabras. La psicología estudia dos tipos de memorización a corto y a largo plazo. Para todos nos conviene que optemos por la memorización a largo plazo, para que no tengamos que estar recurriendo a repasar nuevamente. Si se retiene a corto plazo se olvida brevemente y lo que se guarda a largo plazo se olvida después de mucho tiempo, o nunca.

Muchas de las veces los conocimientos que guardamos en nuestra memoria, no están claros, es decir que no se entendió el procedimiento de los ejercicios.

Según Dunhan W, dice que mejora la memoria a largo plazo cuando se da una conexión de los datos ya existentes con los nuevos. También menciona de una clave para poder recordar.

2.2.1.2. EMPLEO DE ALGORITMOS

Este término proviene del nombre del matemático árabe AL-Khuwarizmi. Los algoritmos son necesarios en la enseñanza y aprendizaje, ejemplo: para trabajar con fracciones, matrices, para derivar, etc.

Se debe tener cuidado con el uso indiscriminado de reglas y algoritmos, es decir el aprendizaje instrumental provoca un automatismo en la mente del alumno.

Ejemplo del uso automático de reglas:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ab+bc}{bd}$$

El algoritmo no es necesario en casos de: 3/4+5/8 ó 3/4÷5/8; en las raíces de una ecuación de segundo grado, y si están incompletas; no se deben hacer procesos automáticos que conducen al cálculos no necesarios.

En el caso de factorización de polinomios Como: $x^2 - 4 \text{ ó } x^2 - 2x + 1$, porque sus raíces tienen término independiente, usar la regla de derivación.[54]

2.2.1.3. APRENDIZAJE DE CONCEPTOS

El aprendizaje de conceptos determinan el reconocimiento de características comunes a un grupo de estímulos (objetos o acontecimientos) que se dan de acuerdo con la edad de las personas. Cuando un niño ordena sus juguetes y coloca su carro en el garaje, decimos que ha aprendido el concepto de carro.

Para aprender conceptos, se requiere la capacidad de discriminación, o sea analiza y deferencia sus componentes.

[54]Dunham W, Universo de las Matemáticas, Madrid, Ediciones Pirámide, S.A., 1995, 1996.

2.2.1.4. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas es un proceso de buscar y aplicar un conjunto de procedimientos y destrezas para dar solución a un problema.

2.2.1.4.1. APRENDER A RESOLVER PROBLEMAS

Para resolver un problema primero identificar cual es el problema, luego buscamos una técnica apropiada que nos ayude a resolver el problema propuesto.
Creemos que es positivo tener en cuenta dos factores, primero para aprender a resolver problemas es necesario haber resuelto con anterioridad los problemas básicos. El siguiente factor depende que al profesor le guste y disfrute enseñando con alegría a sus alumnos.

2.2.1.4.2. EL PROBLEMA COMO EJE FUNDAMENTAL EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

Para resolver el problema no basta con que los alumnos tengan el conocimiento y manejo de conceptos, con sus propiedades, destrezas en el manejo de los algoritmos del cálculo. Es necesario adquirir distintos medios, técnicas y modelos pasa darle solución al problema.

2.2.2. FASES DEL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Las fases del aprendizaje de las matemáticas son las siguientes:

2.2.2.1. FASE CONCRETA

Es cuando el aprendizaje se basa en la manipulación del material y la experimentación, en esta se puede relacionar, medir, clasificar, contar, discriminar y generalizar. Nos ayuda a concretizar para luego pasar a la abstracción.

2.2.2.2. FASE GRÁFICA

Es la parte concreta que está representada por diagramas tablas, operaciones y relaciones, con el uso del material didáctico, de modo que adquiera el alumno la abstracción.

2.2.2.3. FASE SIMBÓLICA

En esta fase usamos gráficos elaborados, por medio de símbolos, signos, operadores y conectores matemáticos, y así terminamos el proceso de abstracción.

2.2.2.4. FASE COMPLEMENTARIA

Es poner en práctica lo aprendido de nuevas situaciones, para solucionar los nuevos problemas programados y para fijar el conocimiento de los estudiantes.[55]

2.2.3. TEORÍAS DEL APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS

Existen diferentes teóricas de las matemáticas entre ellas tenemos:

Gagne, deja divisar que el aprendizaje implica varios procesos que involucra a la persona en todas sus áreas, entre ellas tememos aspectos afectivos, volitivos e intelectuales.

---

[55]Pérez A, Didáctica de las Ciencias Exactas, Editor CODEU, Quito-Ecuador, 2006.

En una situación de enseñanza y aprendizaje que sustente en todos los principios de la teoría conductivista, el alumno tendrá restringidas sus posibilidades de participación activa.

Para Jerome Bruner, psicólogo estadounidense que colaboró en la “Revolución Cognitiva”, y establece una relación entre la mente y la cultura humana. Puede deducirse una interrelación entre el desarrollo de la mente y el proceso de educación.

Plantea un mediador en doble sentido. En primer lugar porque sostiene la enseñanza-aprendizaje. En segundo lugar porque el desarrollo de la mente descansa en la idea de mediación.

Últimamente en sus trabajos, Bruner dice, que la cultura forma a la mente, proporcionando herramientas con la cual el sujeto construye su conceptualización del mundo y de sí mismo con la ayuda y guía de un adulto.

También crea el concepto del andamiaje que consiste en un proceso de cooperación entre el “experto” (educador) y un “novato” (alumno) hasta que el aprendiz pueda actuar por su propia cuenta.

David Ausbel forma parte de la revolución cognitiva, es el defensor del aprendizaje comprensivo por percepción, en el cual se presenta al estudiante, el contenido, se le pide que comprenda y lo incorpore a su estructura cognitiva, de modo que pueda reproducirla y relacionarla. La adquisición de conceptos científicos edifican a través de la experiencia cotidiana, llamado aprendizaje por descubrimiento.[56]

[56]Falieres N y Antolin M, Cómo Mejorar el Aprendizaje en el Aula y Poder Evaluarlo, Impreso por Printer colombiana S.A, Colombia, 2004-2005.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

3.1.1. INVESTIGACIÓN BIBLIOGRÁFICA

Se toma tomó este tipo de investigación ya que permite conseguir información de consulta como libros, diccionarios necesarios en el estudio y solución del tema planteado.

3.2. MÉTODOS

3.2.1. MÉTODO INVESTIGATIVO

La única razón de elegir este método de investigación es porque facilita el desarrollo y encuentro de una solución al problema antes mencionado.

3.3. POBLACIÓN Y MUESTRA

A la población que se dirige esta investigación es a maestros y alumnos de la Unidad Educativa "Emaús", Fe y Alegría del Décimo "A" y "B" de Educación Básica, del Cantón Quito, provincia de Pichincha.

En la siguiente tabla está representada por el número de maestros y alumnos.

TABLA 3. 1 POBLACIÓN DE MAESTROS-ALUMNOS

Maestros	5
Alumnos	78
Total	83

3.4. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

3.4.1. LA ENCUESTA

Se emplea este instrumento porque se puede llegar a todos los individuos seleccionados de la población docente y estudiantil de la Unida Educativa “Emaús”, Fe y Alegría, con el empleo de cuestionarios para conseguir datos suficientes que garanticen la eficacia a esta tarea de investigación.

3.5. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

3.5.1. CUESTIONARIO PARA MAESTROS

1.- ¿Cuál fue el sistema de numeración utilizado por los babilonios?

TABLA 3. 2 PREGUNTA 1-MAESTROS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Sistema sexagesimal posicional	3	60
Sistema decimal no posicional	1	20
Sistema quinario	1	20
Total	5	100

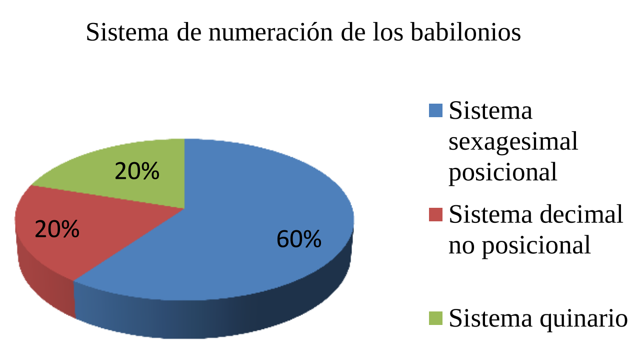


FIGURA 3. 1 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DE LOS BABILONIOS

Cuestionario para maestros

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 60% de los maestros opinan que el sistema de numeración de los babilonios fue el sexagesimal posicional, un 20% dice que es el decimal no posicional, lo mismo el 20% piensa que fue el quinario.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

El mayor porcentaje de maestros opta por el sistema de numeración sexagesimal posicional usado por los babilonios, y es así como la historia atestigua.

2.- ¿Quién escribió el libro de los elementos?

TABLA 3. 3 PREGUNTA 2-MAESTROS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Descartes	0	0
Euclides	4	80
Gauss	1	20
Total	5	100

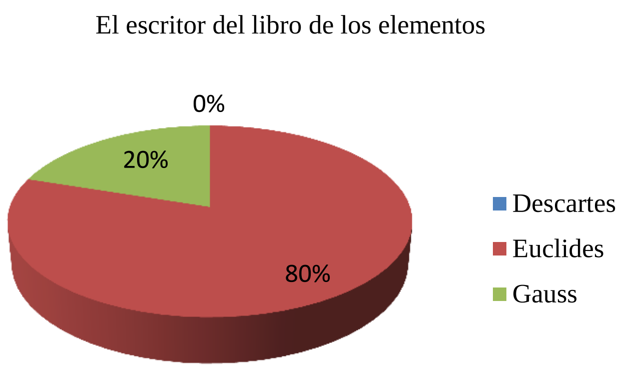


FIGURA 3. 2 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL SOBRE EL ESCRITOR DEL LIBRO DE LOS ELEMENTOS

Cuestionario para maestros

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 80% de los maestros afirma que el escritor del libro de los elementos fue Euclides, un 20% dice que es Gauss

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

La mayoría de maestros afirma que el escritor del libro de los elementos es Euclides, acertado, fue autor de los trece libros de la importante obra llamada los Elementos.

3.- La geometría analítica lo desarrolló:

TABLA 3. 4 PREGUNTA 3-MAESTROS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Descartes	3	60
Fermat	2	40
Bolyai	0	0
Total	5	100

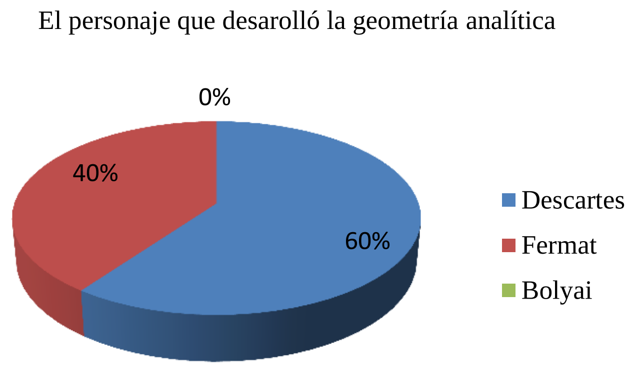


FIGURA 3. 3 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DEL PERSONAJE QUE DESARROLLÓ LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

Cuestionario para maestros

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 60% de los maestros dicen que Descartes desarrollo la geometría analítica, y un 40% opina que fue Fermat.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

El mayor porcentaje de los maestros asume el progreso de la geometría analítica a Descartes, y un porcentaje un poco más bajo por Fermat, este último personaje fue el que organizó y mejoró esta importante materia.

4.- ¿Quién inventó el cálculo?

TABLA 3. 5 PREGUNTA 4-MAESTROS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Newton	1	20
Leibniz	3	60
Abel	0	0
Galileo	1	20
Total	5	100

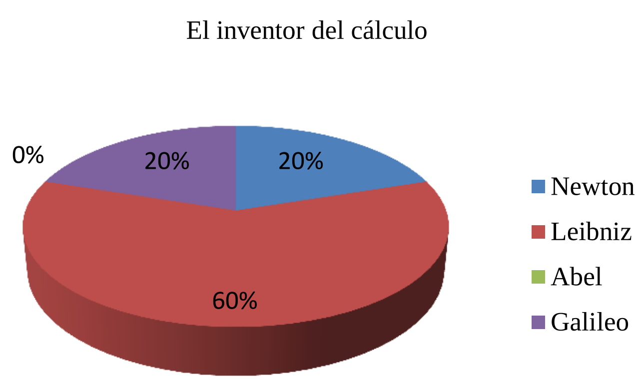


FIGURA 3. 4 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL SOBRE EL INVENTOR DEL CÁLCULO

Cuestionario para maestros

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 60% de los maestros esta seguro que Leibniz inventó el cálculo, un 20% es Newton, y también el 20% confirma que fue Galileo.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

La mayor cantidad de maestros considera que el inventor del cálculo es Leibniz, como nos da a conocer la historia Leibniz hace el descubrimiento de esta importante obra a finales del periodo Barroco.

5.- ¿Conoce de algún matemático ecuatoriano?

TABLA 3. 6 PREGUNTA 5-MAESTROS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Si ¿Quién?	0	40
No	5	60
Total	5	100

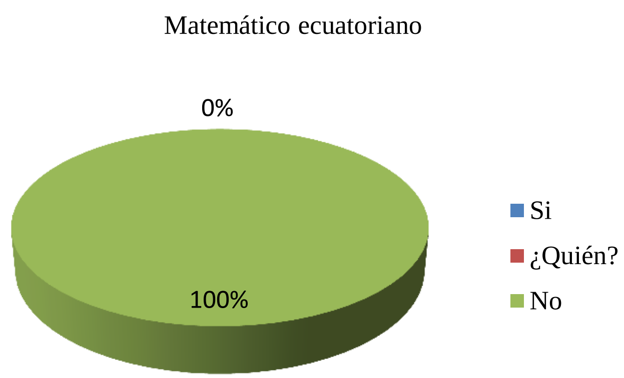


FIGURA 3. 5 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DEL CONOCIMIENTO DE ALGÚN MATEMÁTICO ECUATORIANO

Cuestionario para maestros

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 100% de los maestros no conoce de algún matemático ecuatoriano.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Todos los maestros no conocen de algún nombre de un matemático ecuatoriano que se haya destacado dentro y fuera de nuestro país.

6.- Los primeros pueblos en la historia en usar un símbolo para representar el cero fueron:

TABLA 3. 7 PREGUNTA 6-MAESTROS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Mayas	4	80
Egipcios	1	20
Indios	0	0
Total	5	100

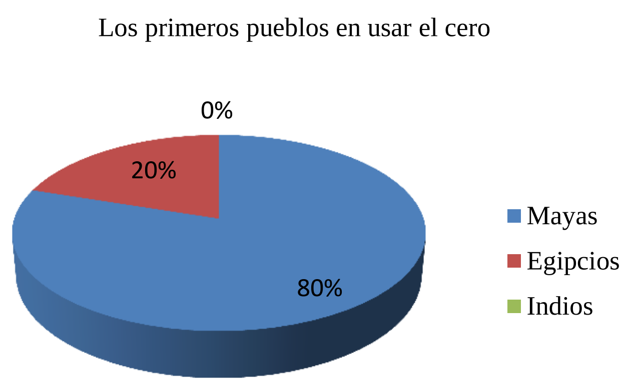


FIGURA 3. 6 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DE LOS PRIMEROS PUEBLOS EN USAR EL CERO

Cuestionario para maestros

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 80% de los maestros afirma que los mayas los primeros en usar el cero y el 20% dice que son los egipcios.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

La mayor cantidad de maestros opta por los mayas como los primeros en emplear el cero en su sistema de numeración, así es como lo confirma la historia.

7.- Hipatia vivió en:

TABLA 3. 8 PREGUNTA 7-MAESTROS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Inglaterra	1	20
Francia	0	0
Alejandría	4	80
Total	5	100

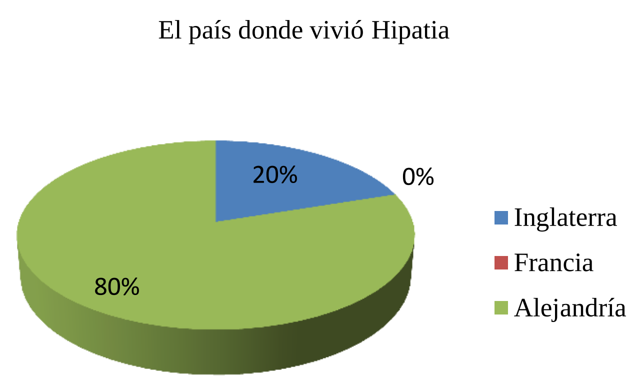


FIGURA 3. 7 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DEL PAÍS DE PROCEDENCIA DE HIPATIA

Cuestionario para maestros

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 80% de los maestros aseguran Hipatia vivió en Alejandría, y el 20% afirma que vivió en Inglaterra.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

La mayoría de los maestros expresan que Hipatia vivió en Alejandría, es cierto, además Alejandría fue el puerto principal del norte de Egipto, fundada por Alejandro III el Magno, y pueblo de otros matemáticos.

8.- Diofanto fue:

TABLA 3. 9 PREGUNTA 8-MAESTROS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Algebrista	3	60
Geómetra	1	20
Físico	1	20
Total	5	100

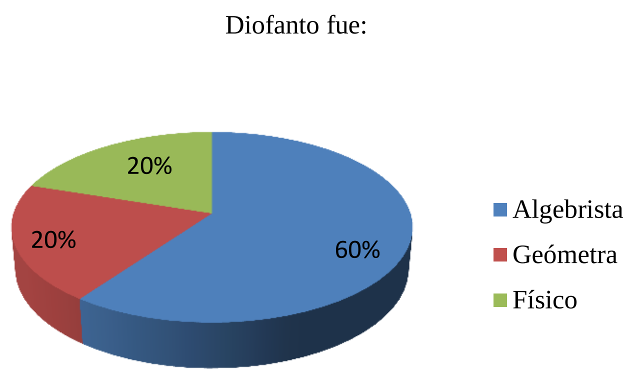


FIGURA 3. 8 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL SOBRE LA PROCEDENCIA DE DIOFANTO

Cuestionario para maestros

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 60% de los maestros opinan que Diofanto fue algebrista, un 20% dice que es geómetra, y también el 20% dice que fue físico.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

El mayor porcentaje de maestros lo conocen a Diofanto como algebrista, es verdad, fue el único que sus trabajos son puramente algebraicos utilizando sus propios signos y reglas, dejando a un lado la geometría.

9.- ¿Por qué es importante enseñar matemáticas a través de su historia?

TABLA 3. 10 PREGUNTA 9-MAESTROS

ALTERNATIVAS	RESPUESTAS	%
Porque es la base de los conocimientos actuales	3	60
Para conocer su evolución	2	40
Total	5	100

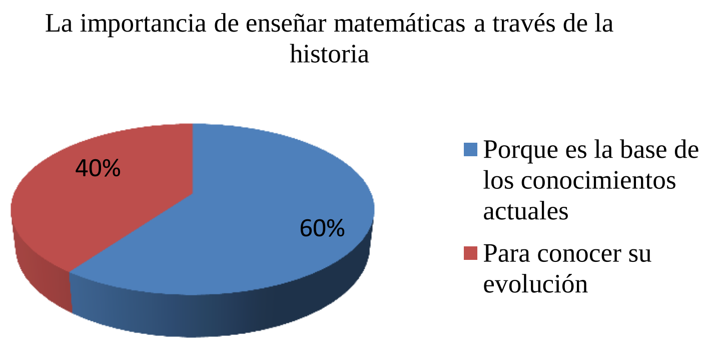


FIGURA 3. 9 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL SOBRE LA IMPORTANCIA DE LAS MATEMÁTICAS

Cuestionario para maestros

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 60% de los maestros indica que es importante enseñar matemáticas a través de la historia porque es la base de los conocimientos actuales, y el 40% dice para conocer su evolución.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Un porcentaje más alto de maestros opinan que es importante enseñar matemáticas a través de su historia porque es la base de los conocimientos que hoy tenemos, pienso que es necesario que los alumnos conozcan su origen y evolución para mejorar el aprendizaje de los alumnos.

10.- ¿Por qué usted cree que se dificulte el aprendizaje de los alumnos en matemáticas?

TABLA 3. 11 PREGUNTA 10-MAESTROS

ALTERNATIVAS	RESPUESTAS	%
Falta de conocimientos básicos	1	20
Por falta de estrategias de enseñanza	3	60
Por castigos en las aulas	1	20
Total	5	100

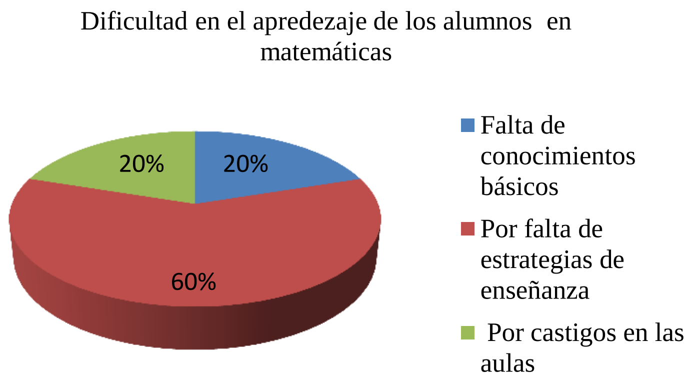


FIGURA 3. 10 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DE LA DIFICULTAD EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Cuestionario para maestros

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 60% de los maestros opinan que por la falta de estrategias de enseñanza dificultad el aprendizaje de la matemática, un 20% es por la falta de conocimientos, y el 20 dice que es debido a castigos en las aulas.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Una mayoría de maestros dicen que la dificultad en el aprendizaje de los alumnos en matemáticas es por la falta de estrategias, creo que es importante enseñar su origen historia para motivar el aprendizaje de los alumnos.

3.5.2. CUESTIONARIO PARA ALUMNOS

1.- ¿Tienes conocimiento de la historia de las matemáticas?

TABLA 3. 12 PREGUNTA 1-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Bastante	14	18
Poco	61	78
Nada	3	4
Total	78	100

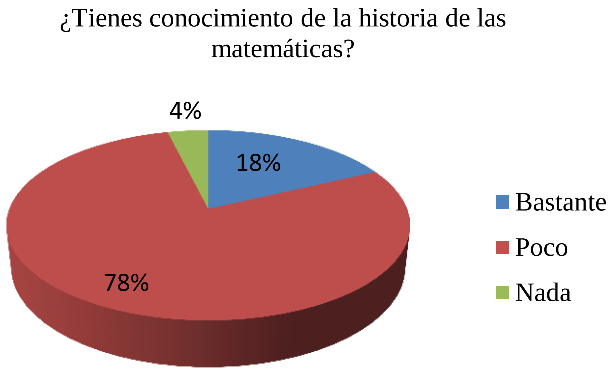


FIGURA 3. 11 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL SOBRE EL CONOCIMIENTO DE LAS MATEMÁTICAS

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 78% de los alumnos opinan que tiene poco conocimiento en la historia de las matemáticas, mientras que un 18% conoce bastante, y un 4% no sabe nada.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

La mayoría de alumnos conoce un poco acerca de la historia de las matemáticas, es indispensable enseñar su origen e historia de las matemáticas para facilitar el aprendizaje de los alumnos.

2.- Elige la asignatura que más te gusta aprender

TABLA 3. 13 PREGUNTA 2-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Matemáticas	26	33
Lenguaje	21	27
Estudios Sociales	20	26
Ciencias Naturales	11	14
Total	78	100

La asignatura de preferencia de los alumnos

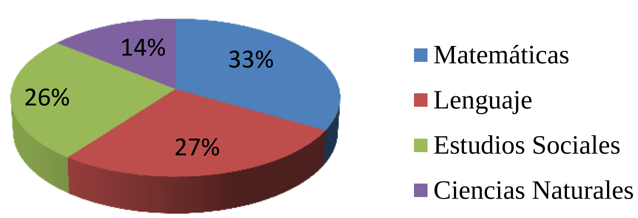


FIGURA 3. 12 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DE LA ASIGNATURA DE PREFERENCIA DE LOS ALUMNOS

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 33% de los alumnos quieren aprender matemáticas, un 27 % le gusta Lenguaje, mientras que un 26% Estudios Sociales, y el 14% les gusta aprender Ciencias Naturales.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

La asignatura de mayor preferencia de los alumnos es matemática, y las demás como lenguaje, estudios sociales y ciencia naturales son de menos favoritismo.

3.- ¿Tu conocimiento en matemáticas es?

TABLA 3. 14 PREGUNTA 3-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Bueno	42	54
Muy bueno	18	23
Regular	18	23
Total	78	100

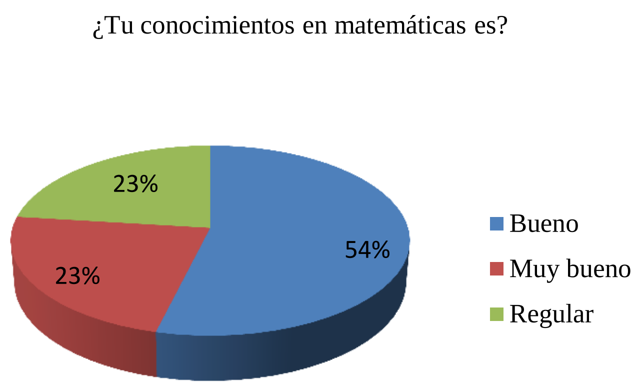


FIGURA 3. 13 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DEL GRADO DE CONOCIMIENTO MATEMÁTICO DE LOS ALUMNOS

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 54% de lo alumnos opina que su conocimiento en matemáticas, es bueno, mientras que el 23% en muy bueno y regular.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

El conocimiento en matemáticas, es bueno, es decir que una mayoría está bien, mientras que está bien una minoría y regular.

4.- ¿Qué es para ti las matemáticas?

TABLA 3. 15 PREGUNTA 4-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Las ciencias exactas	61	78
Una materia más	13	17
Una técnica	4	5
Otra	0	0
Total	78	100

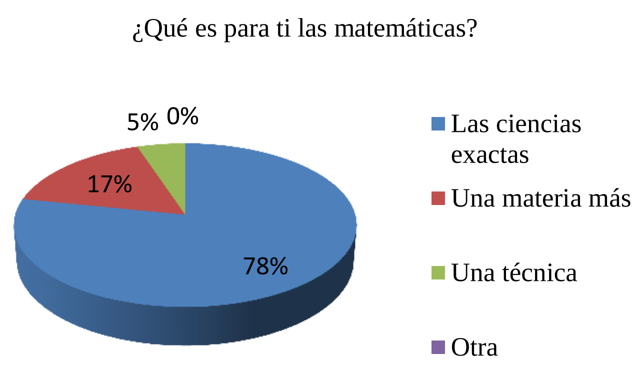


FIGURA 3. 14 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL SOBRE EL CONOCIMIENTO CONCEPTUAL MATEMÁTICO

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 78% de los alumnos dice que las matemáticas son las ciencias exactas, un 17% se inclina una materia más, el 5% manifiesta que es una técnica.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Para la mayoría de los alumnos sabe que las matemáticas son las ciencias exactas, y el resto la consideran como una materia o una técnica.

5.- ¿Es importante para ti la historia de las matemáticas?

TABLA 3. 16 PREGUNTA 5-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Si	55	71
No	22	29
Total	77	100

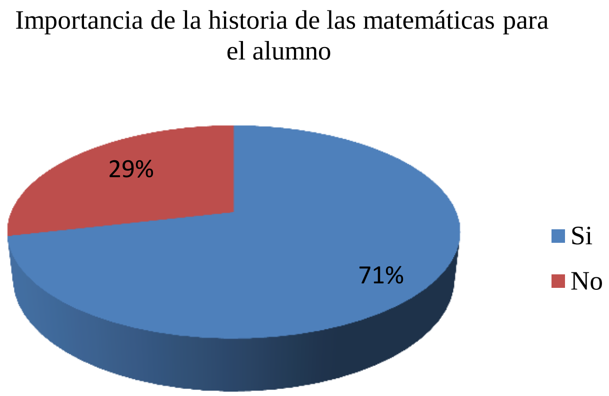


FIGURA 3. 15 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DE LA IMPORTANCIA DE LA MATEMÁTICA

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para el 71% de los alumnos es importante la historia de las matemáticas, y un 22% dice que no es importante.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Para la mayoría de alumnos es elemental la historia de las matemáticas, y una minoría la considera que no es importante.

6.- ¿A quién se le atribuye el teorema del triángulo rectángulo?

TABLA 3. 17 PREGUNTA 6-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Pitágoras	78	100
Euclides	0	0
Platón	0	0
Total	78	100

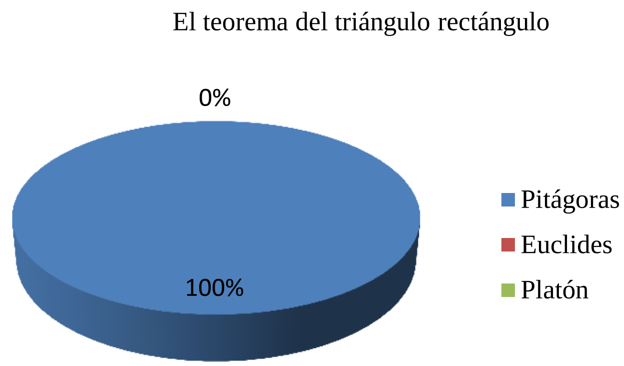


FIGURA 3. 16 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL SOBRE EL TEOREMA DEL RECTÁNGULO

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 100% de los alumnos están convencidos que a Pitágoras le pertenece el teorema de triángulo rectángulo.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Todos los alumnos dicen que el teorema del triángulo rectángulo es de Pitágoras, de forma que su afirmación es positiva.

7.- ¿Conoces a alguna mujer matemática famosa?

TABLA 3. 18 PREGUNTA 7-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Si ¿Quién? Hipatia	4	5
No	74	95
Total	78	100

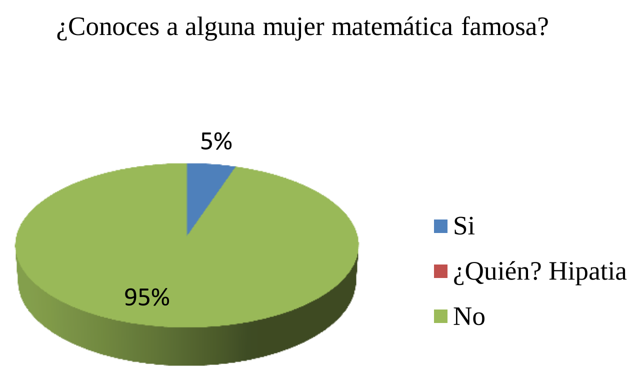


FIGURA 3. 17 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DEL CONOCIMIENTO DE ALGUNA MUJER MATEMÁTICA FAMOSA

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 95% de los alumnos desconoce de alguna mujer matemática famosa, y un 5% si conoce.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Un porcentaje alto desconoce a alguna mujer matemática famosa, en cambio pocos alumnos conocen a una mujer llamada Hipatia, afirmación que es correcta.

8.- La matemática que conoces proviene de:

TABLA 3. 19 PREGUNTA 8-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Europa	32	41
Asia	10	13
África	11	14
América	25	32
Total	78	100

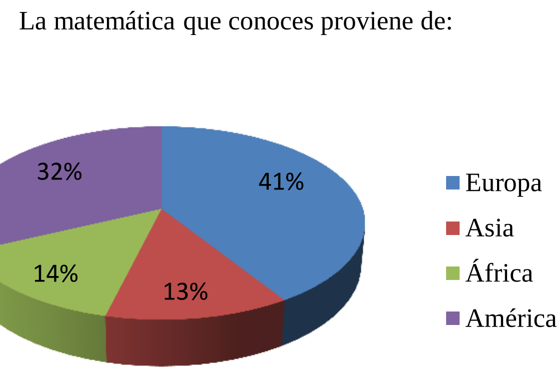


FIGURA 3. 18 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DE LA PROCEDENCIA DE LA MATEMÁTICA QUE SE CONOCE

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 41% de los alumnos dice que nuestra matemática es de Europa, un 32% de América, el 14% considera que proviene de África, y un 13% opina que es de Asia.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Un porcentaje considerable de alumnos no se equivoca al decir que la matemática que conocemos es de Europa. Es necesario que se conozca la procedencia y de esa forma para entender la historia.

9.- ¿Conoces el nombre de algún matemático ecuatoriano?

TABLA 3. 20 PREGUNTA 9-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Si	8	10
No	70	90
Total	78	100

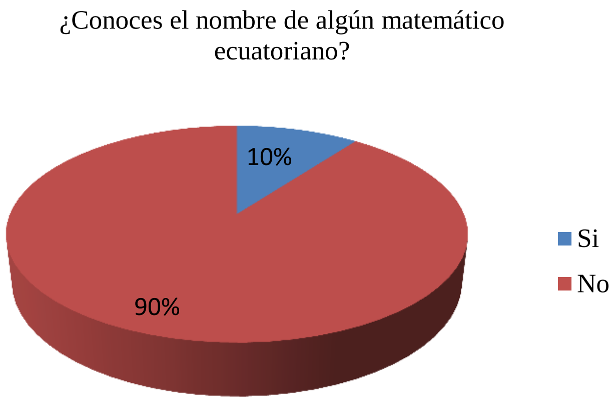


FIGURA 3. 19 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DEL CONOCIMIENTO DE ALGÚN MATEMATICO ECUATORIANO

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 90% de los alumnos no conoce a algún matemático ecuatoriano, y un 10% dice que conoce.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Un alto porcentaje de alumnos desconoce del nombre de algún matemático ecuatoriano, y una minoría de alumnos conoce. La verdad es que poco se conoce de las investigaciones y mejoras en matemáticas, que hagan personajes de nuestro país, donde se facilite la enseñanza y aprendizaje de los alumnos.

10.- ¿Has escuchado de los sistemas de numeración de la matemática?

TABLA 3. 21 PREGUNTA 10-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Si ¿Cuáles? Binario, decimal	12	15
No	66	85
Total	78	100

Los sistemas de númeración de las matemáticas

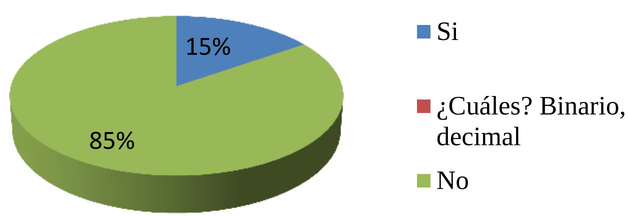


FIGURA 3. 20 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL SOBRE EL CONOCIMIENTO DE LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN MATEMÁTICO

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 85% de los alumnos si ha escuchado sobre los sistemas de numeración de las matemáticas, el 80% no ha escuchado.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

La mayoría de alumnos no ha escuchado de los sistemas de numeración, son matemáticas, es indispensable que conozcan los alumnos la existencia y su historia de los sistemas de numeración.

11.- ¿Sabes el nombre de algún escrito original de matemáticas?

TABLA 3. 22 PREGUNTA 11-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Si ¿Cuál?	0	0
No	78	100
Total	78	100

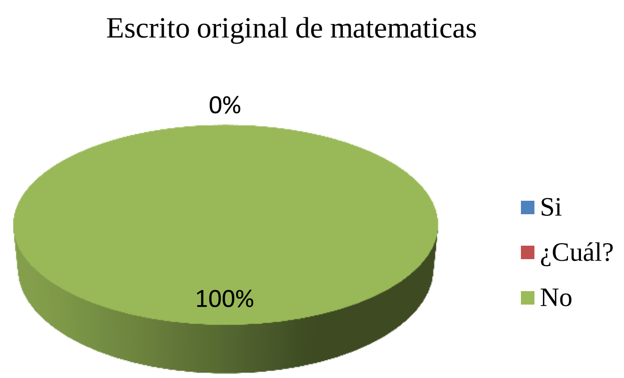


FIGURA 3. 21 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DEL CONOCIMIENTO DE LOS ESCRITOS MATEMÁTICOS

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 100% de los alumnos desconoce que haya un escrito original de matemáticas.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Todos los estudiantes no tienen conocimiento de algún escrito original de las matemáticas, quiere decir que nunca escucharon, ni estudiaron la historia de la matemática.

12.- El ábaco pertenece a:

TABLA 3. 23 PREGUNTA 12-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Los indios	15	19
Los chinos	46	59
Los musulmanes	17	22
Total	78	100

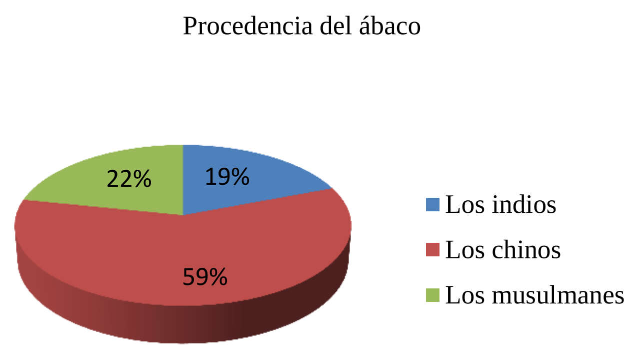


FIGURA 3. 22 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DE LA PRECEDENCIA DEL ÁBACO

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 59% de los alumnos opinan que le ábaco le pertenece a los chinos, un 19% a los indios, y el 22% es de los musulmanes.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

El porcentaje alto de alumnos le asume a los chinos como dueños del ábaco, es afirmativo, esta cultura fue la creadora de este interesante instrumento que lo empleaban para enseñar las matemáticas al pueblo.

13.- ¿Cómo crees que son los métodos matemáticos?

TABLA 3. 24 PREGUNTA 13-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Entendibles	43	55
Poco entendibles	31	40
No entendibles	4	5
Total	78	100

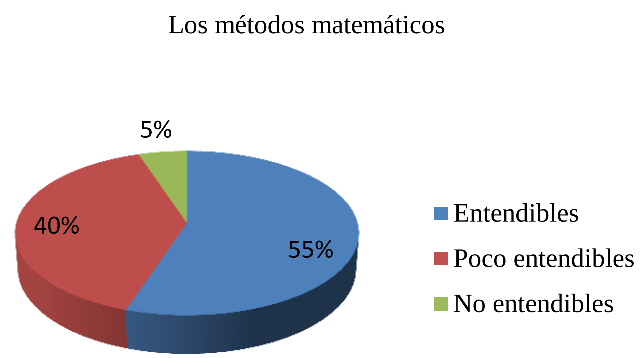


FIGURA 3. 23 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL DE LA OPINIÓN DE LOS MÉTODOS MATEMÁTICOS

Cuestionario para alumnos opinión

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 55% de los alumnos cree que los métodos matemáticos son entendibles, un 40% opinan que poco entendibles, y el 5% dice que no son entendibles.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Una mayoría de alumnos cree los métodos de la matemática si se entienden, mientras un porcentaje poco menor dice que poco se entienden, para lo cual debemos un método dinámico y que facilite la participación de los alumnos.

14.- ¿Qué opinas que se debe hacer para que mejore la enseñanza?

TABLA 3. 25 PREGUNTA 14-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	CANTIDAD	%
Capacitación a los maestros	15	19
Cambiar los contenidos	11	14
Utilizar nuevas tecnologías	51	66
Total	77	100

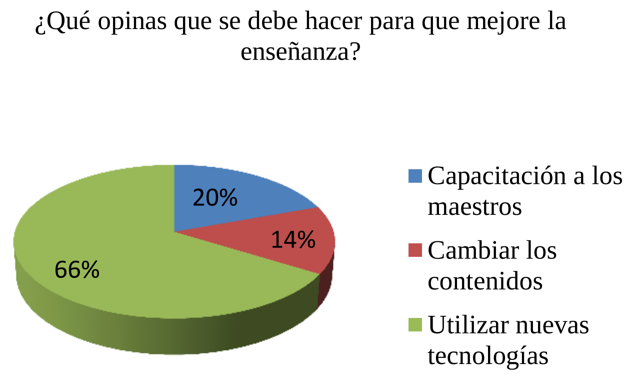


FIGURA 3. 24 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL SOBRE LA OPINIÓN PARA MEJORAR LA ENSEÑANZA

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El 66% de los alumnos sugiere para mejorar la enseñanza se debe utilizar nuevas tecnologías, mientras el 20% opina que se capacite a los maestros, y un 14% se cambien contenidos.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Para mejorar la enseñanza de las matemáticas la mayoría de alumnos sugiere, se debe utilizar nuevas tecnologías, por supuesto es necesario que el maestro tenga que buscar nuevas formas de enseñanza para facilitar la comprensión de los alumnos.

15.- ¿Por qué crees que se dificulte el aprendizaje de los alumnos en matemáticas?

TABLA 3. 26 PREGUNTA 15-ALUMNOS

ALTERNATIVAS	RESPUESTAS	%
Por falta de atención	27	35
Falta de interés	15	19
Difícil de comprender	17	22
Falta de estrategias de enseñanza	19	24
Total	78	100

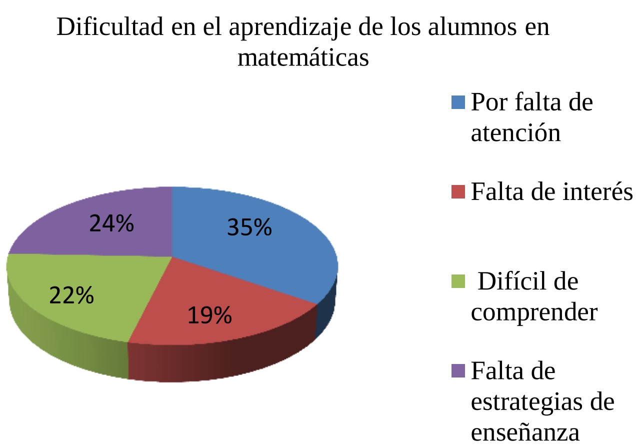


FIGURA 3. 25 REPRESENTACIÓN PORCENTUAL SOBRE LA DIFICULTAD EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

Cuestionario para alumnos

Elaborado por: Marco Burbano

ANÁLISIS DE RESULTADOS

E1 35% de los alumnos cree que la dificultad en el aprendizaje matemático se da por falta de atención, un 24% dice que es por la falta de estrategias, el 22% afirma que es difícil de comprender, y un 19% cree que es por la falta de interés.

INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Para los alumnos la dificultad en el aprendizaje matemático se da por la falta de atención de los alumnos, y faltas de estrategias de enseñanza, creo que necesario dar a conocer a los alumnos el origen y su utilidad para aumentar el interés en el aprendizaje.

CAPÍTULO IV

CONCLUSIONES Y RECONDACIONES

Con los resultados obtenidos de la investigación del análisis e interpretación, de forma que podamos encontrar soluciones en la enseñanza y aprendizaje de los alumnos.

4.1. CONCLUSIONES

En lo concerniente a conclusiones tenemos las siguientes:

- El desconocimiento de los personajes, hechos y acontecimientos en historia de la matemática por estudiantes y maestros, hace que falte motivación en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

- Es importante enseñar la matemática desde su enfoque histórica, porque es la base en todos los temas de matemática, facilitando el aprendizaje y desarrollo de las destrezas en los alumnos.

- Por la falta de estrategias y técnicas en la enseñanza de los maestros, produce la deficiencia en el aprendizaje de los alumnos, de manera que no tienen bien claro los las reglas, procesos y no pueden desarrollar sus destrezas.

4.2. RECOMENDACIONES

A continuación tenemos las siguientes recomendaciones:

- Para motivar a los estudiantes los maestros deben mencionar de manera general la biografía del autor con relación tema a tratarse en el aula, de esa forma se pueda despertar el interés del alumno en aprender la matemática.

- Como una de las estrategias y técnicas de enseñanza, los maestros deben incluir en sus planificaciones diarias las WesQuests, como un recurso nuevo tecnológico que promueve la investigación, participación de los alumnos en aprendizaje de matemática.

- Los maestros deben emplear las enseñanzas utilizadas a través del origen e historia de la matemática, de manera que se relacionen conceptos, y procedimientos con los actuales, así se busquen nuevas alternativas en la solución de los ejercicios, facilitando la comprensión de los alumnos en matemáticas.

CAPÍTULO V

LA PROPUESTA

5.1. TÍTULO DE LA PROPUESTA

WebQuests para alumnos de las enseñanzas de la historia de las matemáticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos.

5.2. OBJETIVOS

5.2.1. OBJETIVO GENERAL

Elaborar WebQuest para alumnos con las enseñanzas de la historia de las matemáticas, utilizando los recursos informáticos, para facilitar la enseñanza- aprendizaje.

5.2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Seleccionar los temas, recursos, para la elaboración de las WebQuests de matemáticas.
- Utilizar los medios de la informática para el desarrollo de los temas empleados en las WebQuests.
- Emplear estrategias y técnicas innovadoras para que se despierte el interés de los alumnos en aprender la matemática.
- Sugerir a los alumnos que los trabajos pueden hacerse en grupos, en las aulas de informática o en sus hogares.

5.3. POBLACIÓN OBJETO

Se ha tomado en cuenta para este importante trabajo a los maestros, alumnos del Décimo de Educación Básica de la Unidad Educativa "Emaús", Fe y Alegría, constatando una vez en los estudiantes la deficiencia en el aprendizaje de las matemáticas, por lo tanto se debe tratar de disminuir este problema, involucrando a toda la comunidad educativa, con la elaboración de las WebQuest de las enseñanzas históricas.

Es una institución educativa perteneciente a Fe y Alegría, es un movimiento que tiene por objeto dar una educación integral y social, con principios y valores cristianos católicos, ya que entre los educadores existe la presencia de laicos. Tiene un horario matutino de clases, cuenta con educación primaria y secundaria. En la educación primaria existe de primero hasta Décimo de Básica y en la secundaria con todos los tres niveles de Bachillerato.

5.4. LOCALIZACIÓN

FIGURA 5. 1 UNIDAD EDUCATIVA "EMAÚS"

Fuente: https://plus.google.com/105380449500837771779/about?gl=ec&hl=es

La Unidad Educativa “Emaús”, Fe y Alegría, está ubicada al sur oriente de la ciudad de Quito, en el barrio Pío XII, pertenece a la parroquia urbana de Chimbacalle, del cantón Quito, de la provincia de Pichincha, a 2800 metros sobre el nivel del mar, tiene un clima templado, la temperatura oscila entre 10 a 27 °C, se encuentra en la región Sierra o Interandina ecuatoriana.

El colegio tiene un espacio amplio y debidamente distribuido que cuenta con: aulas de clases y laboratorios, una sala de computación, con biblioteca para el trabajo de investigación de los estudiantes, un bar, vivienda para el conserje, oficinas administrativas y de las autoridades. El traslado de los estudiantes al colegio y sus hogares lo hacen por medio de transporte privado.

5.5. LISTADO DE CONTENIDOS

5.5.1. SISTEMA NUMÉRICO

5.5.1.2. PRODUCTO Y COCIENTES NOTABLES

5.5.1.2.1. MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS POR POLINOMIOS DE LA ESCUELA PITAGÓRICA

5.5.1.2.2. CUADRADO DE UN BINOMIO DE EUCLIDES DE ALEJANDRÍA

5.5.2. SISTEMA DE FUNCIONES

5.5.2.1. ECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA DE DIOFANTO DE ALEJANDRÍA

5.5.1. SISTEMA NUMÉRICO

5.5.1.2. PRODUCTO Y COCIENTES NOTABLES

5.5.1.2.1. MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS POR POLINOMIOS DE LA ESCUELA PITAGÓRICA

PLAN DE ACCIÓN EN EL AULA

1. DATOS INFORMATIVOS:

UNIDAD DIDÁCTICA: Factorización algebraica **AÑO DE BÁSICA:** Décimo
ÁREA: Matemáticas **N° DE ESTUDIANTES:**
TEMA: Multiplicación de polinomios por polinomios **TIEMPO:** 90 minutos
MÉTODO: Deductivo **PROFESOR:** Marco Burbano
FECHA:

OBJETIVO: Comprender los conceptos y aplicar los procesos para la solución de problemas con productos y cocientes notables, relacionados con el entorno natural y social del estudiante.

2. ESTRUCTURA

DESTREZAS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	RECURSOS	EVALUACIÓN
- Describir con sus propias palabras el proceso para multiplicar dos polinomios.	- Multiplicación de polinomios por polinomios. - Concepto. - Ejemplos.	**CONOCIMIENTOS PREVIOS PERTINENTES** - Resolver los prerrequisitos de la guía de trabajo.	Computador WebQuest	

- Ejecutar los algoritmos apropiados para multiplicación de polinomios.		**ESQUEMA CONCEPTUAL DE PARTIDA** Plantear la interrogante: - ¿La multiplicación de polinomios es parecida a la multiplicación de binomios? **APRENDIZAJE** - Leer el enunciado. - Interpretar el enunciado con un ejemplo. - Realizar multiplicaciones de polinomios. **TRANSFERENCIA DEL APRENDIZAJE** - Realizar ejercicios.		

5.5.1.2.2. RESUMEN DE LA WEBQUEST DE LA MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS POR POLINOMIOS DE LA ESCUELA PITAGÓRICA

Para la construcción de la WebQuest sobre la multiplicación de polinomios por polinomios de la escuela pitagórica, tomando en cuenta los siguientes puntos que se explicarán a continuación.

En la introducción se le indica al estudiante de manera general la biografía de la escuela pitagórica, de forma tenga un gran interés en usar esa técnica. En la tarea se le motiva a hacer las actividades, además el alumno toma el liderazgo de todo este trabajo, haciendo la invitación a compañeros, amigos y la asignación de tareas para cada grupo.

Dentro de la actividad se ha planteado un ejercicio que el estudiante resuelva utilizando el procedimiento empleado por la escuela pitagórica de la suma de áreas. Los recursos se han seleccionado como un álgebra, los sitios del Internet que ayuden a entender y comprender el procedimiento, de esta forma que le facilite la tarea. Se evaluará todo el trabajo relacionado con el desempeño y utilización de los recursos empleados para hacer la actividad y finalmente en la conclusión se ha hecho un recuento general de todo el trabajo.

http://webquest.carm.es/majwq/wq/ver/22153

5.5.1.2.3. PANTALLAZOS DE LA WEBQUEST DE LA MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS POR POLINOMIOS DE LA ESCUELA PITAGÓRICA

5.5.1.2.2. CUADRADO DE UN BINOMIO DE EUCLIDES DE ALEJANDRÍA

PLAN DE ACCIÓN EN EL AULA

1. DATOS INFORMATIVOS

UNIDAD DIDÁCTICA: Factorización algebraica **AÑO DE BÁSICA:** Décimo
ÁREA: Matemáticas **N° DE ESTUDIANTES:**
TEMA: Cuadrado de un binomio **TIEMPO:** 90 minutos
MÉTODO: Deductivo **PROFESOR:** Marco Burbano
FECHA:

OBJETIVO: Comprender los conceptos y aplicar los procesos para la solución de problemas con productos y cocientes notables, relacionados con el entorno natural y social del estudiante.

2. ESTRUCTURA

DESTREZAS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	RECURSOS	EVALUACIÓN
- Conceptualizar mediante un mapa conceptual la regla del cuadrado de un binomio. - Aplicar los procesos	- Cuadrado de un binomio. - Concepto. - Ejemplos.	**CONOCIMIENTOS PREVIOS PERTINENTES** - Solucionar los prerrequisitos de la guía de trabajo. **ESQUEMA CONCEPTUAL DE PARTIDA**	Internet WebQuest	

matemáticos apropiados para el producto notable cuadrado de un binomio.		Contestar: - ¿Qué entiende por cuadrado de un binomio? **APRENDIZAJE** - Leer el enunciado. - Ejecutar la guía de trabajo. - Controlar resultados. **TRANSFERENCIA DEL APRENDIZAJE** - Realizar ejercicios.		

5.5.1.2.3. RESUMEN DE LA WEBQUEST DEL CUADRADO DE UN BINOMIO DE EUCLIDES DE ALEJANDRÍA

La elaboración de la WebQuest sobre el cuadrado de un binomio se ha tomado los siguientes puntos que a continuaron se indicará.

Como introducción se hace referencia la biografía de Euclides de Alejandría, además su aporte en álgebra del tema de estudio. Dentro de la tarea el estudiante debe convocar, organizar, por consiguiente, tiene que tomar el liderazgo de sus compañeros. En el proceso se menciona la actividad para la solución de un ejercicio del cuadrado de un binomio, empleando el procedimiento de la suma del área de cada una de las partes del cuadrado de Euclides.

Los recursos usados son un álgebra, los sitios del Internet con información sobre el personaje, procedimiento que le permitan al estudiante desarrollar de forma satisfactoria su trabajo, de manera que le facilite el aprendizaje. En la evaluación se ha tomado algunos aspectos importantes y sus criterios de forma que podamos evaluar su conocimiento en relación con las destrezas del alumno. En la conclusión se menciona la importancia de los recursos, proceso empleado dentro de la actividad que ayudaron al estudiante en la realización del trabajo.

http://webquest.carm.es/majwq/wq/ver/22290

5.5.1.2.4. PANTALLAZOS DE LA WEBQUEST DEL CUADRADO DE UN BINOMIO DE EUCLIDES DE ALEJANDRÍA

5.5.2. SISTEMA DE FUNCIONES

5.5.2.1. ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS DE DIOFANTO DE ALEJANDRÍA

PLAN DE ACCIÓN EN EL AULA

1. DATOS INFORMATIVOS:

UNIDAD DIDÁCTICA: Funciones Lineales
AÑO DE BÁSICA: Décimo
ÁREA: Matemáticas
N° DE ESTUDIANTES:
TEMA: Ecuaciones lineales con dos incógnitas
TIEMPO: 90 minutos
MÉTODO: Deductivo
PROFESOR: Marco Burbano
FECHA:

OBJETIVO: Desarrollar las destrezas relativas a la comprensión, explicación y aplicación de conceptos para la solución de funciones lineales.

2. ESTRUCTURA

DESTREZAS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	RECURSOS	EVALUACIÓN
- Interpretar, analizar e integrar conceptos de las ecuaciones lineales con dos incógnitas. - Seleccionar y	- Ecuaciones lineales con una incógnita. - Concepto. - Ejemplos.	**CONOCIMIENTOS PREVIOS PERTINENTES** - Resolver los prerrequisitos de la guía de trabajo. **ESQUEMA CONCEPTUAL DE**	Computador WebQuest	

aplicar procesos matemáticos apropiados para solución de ecuaciones lineales con dos incógnitas.		**PARTIDA** Plantear la interrogante: - ¿Qué son la ecuaciones lineales con dos incógnitas? **APRENDIZAJE** - Leer el enunciado. - Interpretar el enunciado con un ejemplo. - Resolver el problema de la ecuación lineal con dos incógnitas. **TRANSFERENCIA DEL APRENDIZAJE** - Realizar ejercicios.		

5.5.2.1. WEBQUEST DE LAS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS DE DIOFANTO DE ALEJANDRÍA

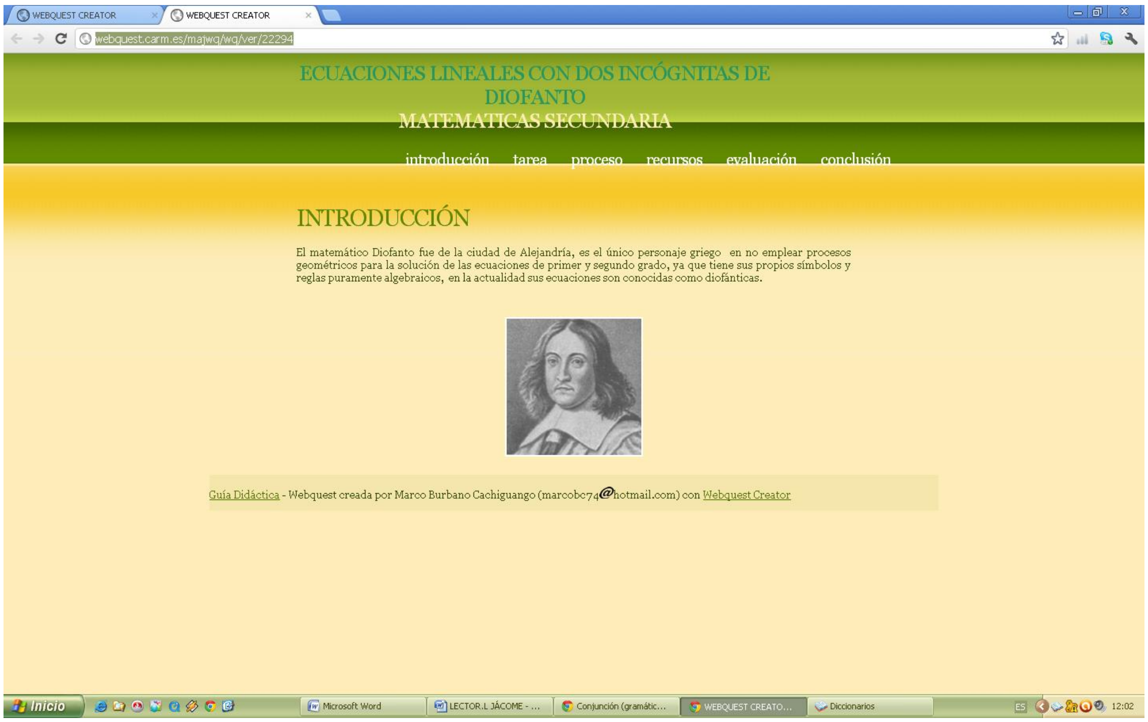
En la construcción de la WesQuest del tema de ecuaciones lineales con dos incógnitas se ha considerado algunas de las recomendaciones y motivaciones que a continuación se darán a conocer.

Respecto a la introducción se utiliza una pequeña motivación, se da a conocer la vida, aportes de Diofanto en el álgebra, de manera que el estudiante tenga una noción general del tema a desarrollarse. Dentro de la tarea menciona las recomendaciones que debe tomar el estudiante en la organización y la designación de tareas a cada grupo de trabajo. El proceso se ha formulado un ejercicio e indicándole el procedimiento para la solución de este tipo de ecuaciones utilizado por Diofanto.

Los recursos que se han seleccionado como un álgebra, los lugares útiles del Internet para desarrollar la actividad y que mejorar su aprendizaje en la matemática. En la evaluación se ha considerado de acuerdo con el criterio del estudiante, es decir tomar en cuenta las aptitudes del estudiante al momento de hacer su trabajo. Como conclusión de la importancia del procedimiento empleado por Diofanto en la solución de las ecuaciones y el aporte de los recursos del Internet.

http://webquest.carm.es/majwq/wq/ver/22294

5.5.2.1. PANTALLAZOS DE LAS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS DE DIOFANTO DE ALEJANDRÍA



BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar Campo Elías, Guía Práctica para la Elaboración de Tesis, primera edición, diciembre 2008.

- Baldor, A. Algebra, décima cuarta reimpresión 1996.

- Bonell Carmen, la Divina Proporción las Formas Geométricas, Ediciones UPC, Barcelona-España, 1999.

- Bourbaki Nicolás, (1972), Elementos de la Historia de las Matemáticas, Madrid, Editorial Alianza.

- Collahuazo Luís, Geometría Plana, Editor CODEU, Quito-Ecuador, 2006.

- Davison San Juan Luís, (2008), Ecuaciones y Matemáticos, Editorial Pueblo y Educación, Habana Cuba.

- Dunham William, (1995), El Universo de las Matemáticas, Madrid, Ediciones Pirámide. S.A.

- Ehrenfriend Hormann Joseph, (1960), Historia de la Matemática, Primera edición en español, México, Editorial Hispano-América.

- Enciclopedia Técnica de Educación, Editorial Santillana S.A., Madrid, 1981.

- Espinoza Ramos Eduardo, (2003), Álgebra Pre-Universitaria, Primera Edición, Perú.

- Falieres Nancy y Antolin Marcela, Como Mejorar el Aprendizaje en el Aula y Poder Evaluarlo, Impreso por Printer Colombiana S.A, Colombia, 2004-2005.
- Garcia Juan, (2001), Las Matemáticas en Luca Pacioli, Fundación Canaria Orotova de la Historia de la Ciencia, las Palmas de Gran Canaria.
- Gispert Carlos, Diccionario de las Biografías, Editorial OCEANO, Barcelona-España.
- Gonzales, M y Mancil, J. Algebra Elemental Moderna, volumen uno, Editorial Ecuador F.B.T., Quito ecuador.
- Gutiérrez, A. Como Hacer Monografías y Tesis. Editorial "EPOCA", Quito Ecuador, 1986.
- Hofstatter Hans, Historia Universal Comparada, Editores Plaza y James S.A., segunda edición, Barcelona, 1972.
- Jácome Fabián, (2000), Diccionario Enciclopédico Ruy Díaz Ilustrado, Editorial Ruy Diaz S. A., Argentina.
- Livio Mario, (2005), La Ecuación Jamás Resuelta, impreso por Grup Balmes, España.
- Lobaglia Florence, Elmore Merritt, Conway Donlad, Álgebra, Impreso, Editorial HARLA S.A de C.V. México, 1972.
- Mirarles Carlles, (1989), El Helenismo, Imprime Puresa-C Gerona, España.
- Parra Cecilia, Saiz Irma (copiladoras), (1994), Didáctica de las Matemáticas, Buenos Aires, Editorial Paidós SAICF.
- Pérez Alipio, (2008), Didáctica de la Matemática, Editor Codeu, Quito-Ecuador.

- Pérez Gonzalo, (1994), Waykan, Primera Edición, Editorial Cholsamaj Guatemala C A.

- Piajet. G. Choquet, J. Dieudonnó, R. Thon, (1978), La Enseñanza de las Matemáticas Modernas, Madrid, Editorial Alianza. S.A.

- Proaño Carlos Jaramillo, (2007), Geometría Plana y Analítica, Impreso en Quito-Ecuador.

- Ruiz Ángel, (2003), Historia y Filosofía de las Matemáticas, Editorial EUNED, Costa Rica.

- Serrano José de Jesús, Álgebra Matemáticas, Umbral Editorial S.A. de C.V. Segunda Edición, Jalisco México, 2003.

- Silva Juan, Matemática Básica1, Editor CODEU, Quito-Ecuador, 2006.

- Simson Roberto, (1774), Los Seis Primeros Libros y el Undécimo, y Duodécimo de los Elementos de Euclides, Impreso por la Cámara S.M, Madrid.

- Stewart Ian, (2009), Historia de las Matemáticas, Tercera Edición, Impreso y encuadernado por Egedsa, España.

- Turégano Pilar, (1993), De la Noción de Área a su Definición, Editorial Servicio de Publicaciones de la Universidad de Castilla- La Mancha.

- Valverde José, (2008), Vida y Muerte de las Ideas de la Pequeña Historia del Pensamiento Occidental, Impreso por Talleres Brosmac, S.I, España.

WEBGRAFÍA

- es.wikipedia.org/wiki/**Fe_y_Alegría**

- es.wikipedia.org/wiki/**Quito**

- http://webquest.carm.es/majwq/login/validar/

- https://plus.google.com/105380449500837771779/about?gl=ec&hl=es

- www.sectormatematica.cl/arte/**divina_proporcion**.pdf

- www.sociedadelainformacion.com/17/**euclides**.pdf El método demostrativo de Euclides en los Elementos.